KÍSÉRTÉSEK

Ludwig Wittgenstein

Logikai-filozófiai értekezés





Ludwig Wittgenstein

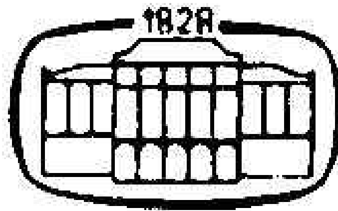
Logikai-filozófiai értekezés

(TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS)

A Tractatus világa nem valós világ. Sivár logikai-geometriai tájék, melynek határait a logika cövekeli ki. A nyelv hiánytalanul leírja, mintegy meddőn megkétszerezi a világot: a geometriai pontok, idomok élettelen világa fölébe a nyelvi-logikai formák néma világa borul. Hasonmások: árnyvilág és tükörképe.

A logika kitölti a világot, s ezért a világban nincs semmi, ami esetleges, s a logikában nincs semmi, ami meglepetés. A logika isteni; Isten, ha van, a logikában rejtőzködik.

A Tractatus egy világtól menekülő misztikus logikai aszkézise. Wittgenstein olyan világot épít, ahol a lényünk egészét érintő kérdéseknek semmi sem feleltethető meg, – ezért etikai kijelentések sem létezhetnek. Az etikát kimondani nem lehet, csak mutatni; a hallgatás és a gesztus etikája ez. A Tractatus az etika záróköve: „Amiről nem lehet beszélni, arról hallgatni kell.”



Ludwig Wittgenstein
Logikai-filozófiai értekezés
(TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS)
Második, javított kiadás
Akadémiai Kiadó, Budapest 1989



Hermész Könyvek
Készül az Akadémiai Kiadó
Társadalomtudományi Szerkesztőségének műhelyében
A sorozatot szerkeszti
E. Bártfai László
A fordítás az alábbi kiadás alapján készült:
Ludwig Wittgenstein: Tractatus logicophilosophicus
Routledge and Kegan Paul, London, 1956.
Fordította és a fogalommutatót összeállította
Márkus György
A fordítást a második kiadás számára az eredetivel egybevetette
E. Bártfai László
Megjelent a Kereskedelmi Bank Rt. támogatásával.
ISBN 963 05 5546 8
Kiadja az Akadémiai Kiadó, Budapest
Első kiadás: 1963

Printed in Hungary

*****

Előszó

Ezt a könyvet talán csak az fogja megérteni, aki egyszer már maga is végiggondolta az itt kifejtett gondolatokat – vagy legalábbis ezekhez hasonlókat gondolt. Tehát e könyv nem tankönyv. Célját akkor érné el, ha lenne legalább egy értő olvasója, akinek élvezetet okozna.

A könyv a filozófia problémáival foglalkozik, és – úgy hiszem – kimutatja, hogy az a mód, ahogy e problémákat megfogalmazzuk, nyelvünk logikájának félreértésén alapul. A könyv egész értelmét a következő szavakban lehet megközelítőleg összefoglalni: Amit egyáltalán meg lehet mondani, azt meg lehet mondani világosan; amiről pedig nem lehet beszélni, arról hallgatni kell.

A könyv tehát határt kíván szabni a gondolkodásnak, helyesebben: nem a gondolkodásnak, hanem a gondolatok kifejezésének. Mert ahhoz, hogy a gondolkodásnak határt szabjunk, tudnunk kellene gondolni e határ mindkét oldalát (azaz tudnunk kellene gondolni azt, ami nem gondolható).

A határt tehát csak a nyelvben lehet megvonni, és az, ami e határon túl fekszik, egyszerűen értelmetlenség lesz.

Nem akarom megítélni, mennyire esnek egybe az én törekvéseim más filozófusok törekvéseivel. Amiről itt írtam, részleteiben egyáltalában nem lép fel az eredetiség igényével. Ezért nem hivatkozom forrásokra sem, mivel számomra mindegy, vajon azt, amit elgondoltam, gondolta-e már előttem valaki.

Csak azt akarom megemlíteni, hogy Frege nagyszerű munkái és barátom, Bertrand Russell úr írásai nagymértékben ösztönözték gondolataimat. Ha e munkának van valami értéke, akkor ez két dologból tevődik össze. Először abból, hogy gondolatokat fejez ki, és ez az érték annál nagyobb lesz, minél jobban vannak kifejezve e gondolatok. Minél jobban fején találják a szöget. – E tekintetben tudatában vagyok annak, hogy messze elmaradtam a lehetőségek mögött, egyszerűen azért, mert kevés az erőm e feladat megoldásához.

Jöjjenek mások, és végezzék el jobban.

Ami viszont az itt közölt gondolatok igazságát illeti, az megdönthetetlennek és bizonyosnak tetszik számomra. Tehát azon a véleményen vagyok, hogy a problémák lényegileg végleges megoldást nyertek. És ha ebben nem tévedek,

akkor e munka értéke másodsorban éppen abban áll, hogy megmutatja – milyen kevés intéződött el ezeknek a problémáknak a megoldásával.

Bécs, 1918

L.W.

***

Logikai-filozófiai értekezés

(TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS)

Barátom, *David H. Pinsent* emlékének.

„és mindazt, mit tud az ember,
s nemcsak üres zaj a fülben,
három szóban lehet elmondani.”
Kürnberger

1

A világ mindaz, aminek esete fennáll.[1]

1.1

A világ tények és nem dolgok összessége.

1.11

A világot a tények határozzák meg és az, hogy ez az összes tény.

1.12

Mert a tények összessége határozza meg azt, minek az esete áll fenn, és úgyszintén mindazt, aminek esete nem áll fenn.

1.13

A tények a logikai térben – ez a világ.

1.2

A világ tényekre oszlik.

1.21

Vagy fennállhat valaminek az esete, vagy nem állhat fenn, és ugyanakkor minden egyéb marad azonosan.

2

Aminek esete fennáll, a tény, nem más, mint a körülmények megléte.

2.01

A körülmény tárgyak (objektumok, dolgok) kapcsolata.

2.011

Minden dolog lényegéhez tartozik, hogy körülmény alkotórésze lehet.

2.012

A logikában semmi sem véletlen: ha *lehetséges*, hogy a dolog a körülményben előforduljon, akkor e körülmény lehetőségének már eleve eldöntve kell lennie a dologban.

2.0121

Ha egy olyan dolog számára, amely egyedül önmagában képes létezni, utólagosan egy hozzáillő tényállást lehetne létrehozni, akkor ez, úgyszólván, véletlennek tűnne.

Ha a dolgok előfordulhatnak a körülményekben, akkor ennek a lehetőségnek már bennük kell rejlenie.

(Ami logikai, az nem lehet csupán lehetséges. A logika valamennyi lehetőséggel foglalkozik; tényei az összes lehetőségek.)

Ahogy egyáltalán nem gondolhatjuk el magunknak a térbeli tárgyakat a téren, az időbeli tárgyakat az időn kívül, úgy nem gondolhatunk el *egyetlen* tárgyat sem más tárgyakkal való kapcsolatának lehetőségén kívül.

Ha elgondolhatom a tárgyat egy körülmény kapcsolatában, akkor nem gondolhatom el ezen kapcsolat *lehetőségén* kívül.

2.0122

A dolog önálló, amennyiben minden *lehetséges* tényállásban előfordulhat, az önállóságnak ez a formája azonban egyben a körülménnyel való kapcsolatnak, az önállótlanságnak is formája. (Lehetetlen, hogy a szavak két különböző módon szerepeljenek: egymagukban és a mondatokban.)

2.0123

Ha ismerem a tárgyat, akkor ismerem a körülményekben való előfordulásának összes lehetőségét is. (Minden egyes ilyen lehetőségnek a tárgy természetében kell rejlenie.) Nem lehet utólagosan új lehetőséget találni.

2.01231

Ahhoz, hogy ismerjem a tárgyat, nem külső tulajdonságait kell ismernem, hanem valamennyi belső tulajdonságát.

2.0124

Ha az összes tárgy adva van, akkor ezzel adva van valamennyi *lehetséges* körülmény is.

2.013

Az egyes dolgok, úgyszólván, a lehetséges körülmények terében léteznek.

Elgondolhatom, hogy e tér üres, de nem gondolhatom el a dolgokat e tér nélkül.

2.0131

A térbeli tárgynak a végtelen térben kell helyet foglalnia. (A térbeli pont egy argumentumhely.)

A látómezőben levő foltnak nem kell ugyan vörösnek lennie, de rendelkeznie kell valamilyen színnel; úgyszólván színtér veszi körül. A hangnak rendelkeznie kell *valamilyen* magassággal, a tapintóérzék tárgyának – *valamilyen* keménységgel stb.

2.014

A tárgyak valamennyi tényállás lehetőségét tartalmazzák.

2.0141

A körülményekben való előfordulásának lehetősége – ez a tárgy formája.

2.02

A tárgy egyszerű.

2.0201

Minden olyan állítást, amely komplexusokról szól, fel lehet bontani egy, az alkotórészeikről szóló állításra és olyan kijelentésekre, amelyek teljesen leírják e komplexusokat.

2.021

A tárgyak alkotják a világ szubsztanciáját. Ezért nem lehetnek összetettek.

2.0211

Ha a világnak nem lenne szubsztanciája, akkor az, hogy vane értelme valamely kijelentésnek, attól függne, vajon igaz-e egy másik kijelentés.

2.0212

Akkor lehetetlen lenne valamiféle képet (igazat vagy hamisat) alkotni a világról.

2.022

Nyilvánvaló, hogy bármennyire különbözzék is a valóságtól egy gondolati világ, valaminek – egy formának – közösnek kell lennie bennük.

2.023

Ez a szilárd forma éppen a tárgyakból áll.

2.0231

A világ szubsztanciája csak formát határoz *hat* meg, és nem anyagi tulajdonságokat. Az utóbbiakat ugyanis a kijelentések jelenítik meg először – a tárgyak konfigurációi hozzák először létre őket.

2.0232

Hozzávetőlegesen mondva: a tárgyak színtelenek.

2.0233

Két azonos logikai formával bíró tárgy – külső tulajdonságaitól eltekintve – csak abban különbözik egyik a másikától, hogy különbözőek.

2.02331

Vagy vannak a dolgoknak olyan tulajdonságai, amelyekkel egyetlen másik tárgy sem rendelkezik, és akkor, minden további nélkül, leírás útján meg lehet különböztetni a többitől, és rá lehet mutatni, vagy ellenkezőleg, több olyan dolog létezik, amelynek valamennyi tulajdonsága azonos, és akkor egyáltalán nem lehet rámutatni ezek közül az egyikre.

Mert ha a dolog semmi által sincs megkülönböztetve, akkor én sem tudom megkülönböztetni, hiszen egyébként meg lenne különböztetve.

2.024

A szubsztancia az, aminek létezése nem függ attól, hogy minek az esete áll fenn.

2.025

A szubsztancia forma és tartalom.

2.0251

Tér, idő és szín (színesség) a tárgyak formái.

2.026

Csak ha léteznek tárgyak, lehet szilárd formája a világnak.

2.027

A szilárd, a fennálló és a tárgy egy és ugyanaz.

2.0271

A tárgy a szilárd, a fennálló; a konfiguráció a változó, a nemállandó.

2.0272

A tárgyak konfigurációja alkotja a körülményt.

2.03

A körülményben a tárgyak úgy kapcsolódnak egymáshoz, mint a láncszemek a láncban.

2.031

A körülményben a tárgyak meghatározott módon viszonyulnak egymáshoz.

2.032

Az a mód, ahogy a tárgyak összefüggnek a körülményben, alkotja a körülmény szerkezetét.

2.033

A forma a szerkezet lehetősége.

2.034

A tény szerkezete a körülmények szerkezeteiből tevődik össze.

2.04

A fennálló körülmények összessége a világ.

2.05

A fennálló körülmények összessége határozza meg azt is, milyen körülmények állanak fenn.

2.06

A körülmények fennállása és fenn nem állása a valóság. (A körülmények fennállását pozitív, fenn nem állását pedig negatív ténynek is nevezzük.)

2.061

A körülmények függetlenek egymástól.

2.062

Egy körülmény fennállásából vagy fenn nem állásából nem lehet következtetni egy másik körülmény fennállására vagy fenn nem állására.

2.063

A valóság összessége a világ.

2.1

Mi képeket alkotunk magunknak a tényekről.

2.11

A kép a tényállást, a körülmények fennállását vagy fenn nem állását a logikai térben jeleníti meg.

2.12

A kép a valóság modellje.

2.13

A tárgyaknak a képben a kép elemei felelnek meg.

2.131

A képelemek a tárgyakat képviselik a képben.

2.14

A kép nem más, mint elemeinek meghatározott módon való viszonya egymáshoz.

2.141

A kép – tény.

2.15

Az, hogy a kép elemei meghatározott viszonyban állnak egymással, azt jeleníti meg, hogy a dolgok így viszonyulnak egymáshoz.

A képelemeknek ezt az összefüggését nevezem a kép leképezési formájának.

2.151

A leképezési forma az a lehetőség, hogy a dolgok úgy viszonyulnak egymáshoz, mint a kép elemei.

2.1511

A kép így van kapcsolatban a valósággal; elér hozzá.

2.1512

A valóságra alkalmazott mércéhez hasonló.

2.15121

Csak az osztóvonalak legkülsőbb pontjai *érintik* a megmérendő tárgyat.

2.1513

E felfogás szerint tehát hozzá tartozik a képhez az a leképezési viszony is, amely képpé teszi.

2.1514

A leképezési viszony nem más, mint a kép elemeinek és az objektumoknak egymáshoz rendelése.

2.1515

Ezen hozzárendelések mintegy csápjai a képelemeknek, amelyekkel a kép érinti a valóságot.

2.16

A ténynek ahhoz, hogy kép legyen, kell valami közöset tartalmaznia azzal, amit leképez.

2.161

A képben és a leképezettben kell lennie valami azonosnak, hogy az egyik egyáltalán a másik képe lehessen.

2.17

Aminek közösnek kell lennie a képben a valósággal, hogy azt a maga módján – helyesen vagy hamisan – leképezhesse, az nem más, mint a kép leképezési formája.

2.171

A kép minden olyan valóságot leképezhet, amelynek formájával rendelkezik.

A térbeli kép minden térbelit, a színes – minden színeset stb.

2.172

Leképezési formáját azonban a kép nem képezheti le, ezt csak megnyilvánítja.

2.173

A kép a maga objektumát kívülről ábrázolja (nézőpontja alkotja az ábrázolás formáját). Ezért ábrázolja a kép helyesen vagy hamisan a maga objektumát.

2.174

De a kép nem helyezheti magát saját ábrázolási formáján kívülre.

2.18

Aminek minden képben – bármilyen formájú is közösnek kell lennie a valósággal avégett, hogy azt egyáltalán – akár helyesen, akár hamisan leképezhesse, az a logikai forma, azaz a valóság formája.

2.181

Ha a leképezési forma logikai forma, a képet logikai képnek nevezzük.

2.182

Minden kép logikai *is*. (Ezzel szemben például nem minden kép térbeli.)

2.19

A logikai kép leképezheti a világot.

2.2

A képben a leképezés logikai formája közös a leképezettel.

2.201

A kép a valóságot képezi le azáltal, hogy körülmények fennállásának vagy fenn nem állásának lehetőségét ábrázolja.

2.202

A kép lehetséges tényállást ábrázol a logikai térben.

2.203

A kép tartalmazza annak a tényállásnak a lehetőségét, amelyet ábrázol.

2.21

A kép vagy megegyezik a valósággal, vagy nem; helyes vagy helytelen, igaz vagy hamis.

2.22

A kép – függetlenül igaz vagy hamis voltától azt ábrázolja, amit ábrázol a leképezési formán keresztül.

2.221

Amit a kép ábrázol, az a kép értelme.

2.222

Értelmének a valósággal való megegyezésében vagy meg nem egyezésében áll a kép igazsága vagy hamissága.

2.223

Ahhoz, hogy megállapítsuk, igaz-e avagy hamis a kép, össze kell hasonlítanunk a valósággal.

2.224

Csupán a képből egymagából nem állapíthatjuk meg, igaz-e vagy hamis.

2.225

Nincs olyan kép, amely a priori igaz lenne.

3

A tények logikai képe a gondolat.

3.001

„Egy körülmény elgondolható” – azt jelenti, hogy képet alkothatunk róla magunknak.

3.01

Az igaz gondolatok összessége a világ egy képét alkotja.

3.02

A gondolat tartalmazza azon tényállás lehetőségét, amelyet gondol. Ami gondolható, az lehetséges is.

3.03

Mi nem gondolhatunk el semmi alogikusat, mert ebben az esetben alogikusan kellene gondolkodnunk.

3.031

Valamikor azt mondták, hogy Isten bármit megteremthet, csak azt nem, ami a logika törvényeinek ellentmondana. Valójában egy „alogikus” világról nem tudnánk *elmondani*, milyen is lenne az.

3.032

Azt, ami „ellentmond a logikának”, éppoly kevéssé lehet a nyelvben kifejezni, mint a geometriában koordinátái által ábrázolni egy olyan alakzatot, amely Ellentmond a tér törvényeinek, vagy pedig megadni egy nem létező pont koordinátáit.

3.0321

Lehet térbelileg ábrázolni egy olyan körülményt, amely ellentmond a fizika törvényeinek, de lehetetlen olyat, amely a geometria törvényeinek mondana ellent.

3.04

Az a priori igaz gondolat az lenne, amelynek lehetősége biztosítaná igazságát.

3.05

Csak akkor tudhatnánk a priori, hogy egy gondolat igaz, ha magából a gondolatból (az összehasonlítás objektuma nélkül) fel lehetne ismerni igazságát.

3.1

A kijelentésben a gondolat érzékileg felfogható módon jut kifejezésre.

3.11

A kijelentés érzékileg felfogható jeleit (hang vagy írásjeleket stb.) a lehetséges tényállás vetületeiként használjuk. A vetítési módszer a kijelentés értelmének elgondolása.

3.12

A jelet, amelyen keresztül a gondolatot kifejezzük, kijelentésjelnek (*Satzzeichen*) nevezem. És a kijelentés nem más, mint a kijelentésjel a világhoz való vetületi viszonyában.

3.13

A kijelentéshez hozzátartozik mindaz, ami a vetülethez tartozik, de az, amit vetítünk, már nem.

Tehát a vetítettnek lehetősége igen, de maga a vetített nem.

Tehát a kijelentés még nem tartalmazza saját értelmét, de tartalmazza a lehetőséget, hogy ezt kifejezze. (A „kijelentés tartalmának” az értelemmel bíró kijelentés tartalmát nevezzük.)

A kijelentés tartalmazza értelmének formáját, tartalmát azonban nem.

3.14

A kijelentésjel abban áll, hogy benne elemei, a szavak, meghatározott módon viszonyulnak egymáshoz.

A kijelentésjel tény.

3.141

A kijelentés nem szavak halmaza. (Ahogy a zenei téma sem hangok halmaza.)

A kijelentés tagolt.

3.142

Csak tények fejezhetnek ki értelmet; a nevek egy osztálya nem fejezhet ki értelmet.

3.143

Az írás vagy nyomtatás szokványos kifejezésformája eltakarja azt, hogy a kijelentésjel tény.

Mert például a kinyomtatott kijelentésben a kijelentésjel nem látszik lényegesen különbözőnek a szótól.

(Ezért nevezhette Frege összetett névnek a kijelentést.)

3.1431

A kijelentésjel lényege igen világossá válik, ha írásjelek helyett térbeli tárgyakból (olyanokból, mint asztalok, székek, könyvek) összetettnek gondoljuk.

E dolgok kölcsönös térbeli helyzete fejezi ki ekkor a kijelentés értelmét.

3.1432

Helytelen azt mondani: „Az *»aRb«* összetettjel azt mondja, hogy *a* az *R* viszonyban áll *b*-vel.” Helyesen: Az, hogy „*a*” meghatározott viszonyban áll „*b*”-vel, mondja azt, *hogy aRb*.

3.144

A tényállást csak leírni lehet, nem pedig *megnevezni*. (A nevek a pontokhoz, a kijelentések a nyilakhoz hasonlók; a kijelentések értelemmel bírnak.)

3.2

A kijelentésben úgy fejeződhetik ki a gondolat, hogy a gondolat tárgyainak a kijelentésjel elemei felelnek meg:

3.201

Ezeket az elemeket „egyszerű jeleknek” nevezem, a kijelentést pedig „teljesen elemzettnek”.

3.202

A kijelentésben alkalmazott egyszerű jeleket neveknek hívják.

3.203

A név a tárgyat jelenti. A tárgy a jelentése. („A” ugyanaz a jel, mint „A”.)

3.21

Az egyszerű jelek konfigurációjának a kijelentésjelben megfelel a tárgyak konfigurációja a tényállásban.

3.22

A név a tárgyat képviseli a kijelentésben.

3.221

A tárgyakat csak *megnevezhetem*. A jelek képviselik őket. Én csak beszélhetek *róluk*, de nem tudom őket *kimondani*. A kijelentés csak azt mondhatja meg, *milyen* egy tárgy, de nem mondhatja meg azt, hogy *mi*.

3.23

Az egyszerű jelek lehetőségének követelménye az értelem meghatározottságának követelménye.

3.24

Az a kijelentés, amely egy komplexusról szól, belső viszonyban áll azzal a kijelentéssel, amely e komplexusnak valamely alkotórészéről szól.

A komplexust csak leírása útján lehet megadni, e leírás pedig helyes vagy helytelen lehet. Az a kijelentés, amely egy komplexusról szól, nem válik értelmetlenné, ha ez a komplexus nem létezik, hanem egyszerűen hamis lesz.

Az, hogy a kijelentés egyik eleme valamely komplexust jelöl, kitűnik azoknak a kijelentéseknek a meghatározatlanságából, amelyekben ez az elem előfordul. Mi *tudjuk*, hogy az ilyen kijelentés által még nincs minden meghatározva. (Hiszen az általánosság jelölése *tartalmaz* egy prototípust.)

Valamely komplexus szimbólumának egy egyszerű szimbólummá való összevonása meghatározás révén fejezhető ki.

3.25

Egy kijelentésnek egy és csak egy teljes elemzése létezik.

3.251

A kijelentés meghatározott, világosan megadható módon fejezi ki azt, amit kifejez. A kijelentés tagolt.

3.26

A nevet semmiféle meghatározás által sem lehet továbbelemezni: a név – alapjel.

3.261

Minden meghatározás útján nyert jel azon jeleken *keresztül* jelöl, amelyek által meghatároztuk, és a meghatározások mutatják az utat.

Két jel, egy alapjel és egy alapjelek által meghatározott, nem jelölhet egy és ugyanazon módon. A neveket nem *lehet* meghatározások által részekre bontani. (Egyetlen olyan jelet sem, amely egymagában, önállóan rendelkezik jelentéssel.)

3.262

Azt, ami a jelben nem jut kifejezésre, alkalmazása mutatja meg. Amit a jelek elhallgatnak, azt kimondja alkalmazásuk.

3.263

Az alapjelek jelentését magyarázatok útján lehet megvilágítani. A magyarázatok olyan kijelentések. amelyek az alapjeleket tartalmazzák. Tehát ezeket csak akkor érthetjük meg, ha a jelek jelentését már ismerjük.

3.3

Csak a kijelentésnek van értelme; csak a kijelentés összefüggésében van a névnek jelentése.

3.31

A kijelentés minden olyan részét, amely értelmét jellemzi, kifejezésnek (szimbólumnak) nevezem. (Maga a kijelentés is kifejezés.)

Kifejezés mindaz, ami a kijelentés értelme szempontjából lényeges, és ami a kijelentésekben közös lehet. A kifejezés formát és tartalmat jelöl meg.

3.311

A kifejezés eleve föltételezi mindazon kijelentések formáját, amelyekben előfordulhat. A kifejezés a kijelentések egy osztályának közös, jellemző ismertetőjegye.

3.312

Tehát a kifejezést azon kijelentések általános formája ábrázolja, amelyeket jellemez.

Mégpedig e formában a kifejezés *konstans*, minden egyéb pedig *változó* lesz.

3.313

A kifejezést tehát egy olyan változó ábrázolja, amelynek értékei a kifejezést tartalmazó kijelentések. (A határesetben a változó konstanssá, a kifejezés pedig kijelentéssé válik.)

Az ilyen változót „kijelentésváltozónak” nevezem.

3.314

A kifejezésnek csak a kijelentésben van jelentése. Bármely változó felfogható kijelentésváltozó gyanánt. (A változónevet is beleértve.)

3.315

Ha egy kijelentés valamely alkotórészét változóvá alakítjuk, akkor a kijelentések egy osztályához jutunk, amelyek az így nyert változókijelentés összes értékei.

Ez az osztály általánosságban függ még attól, mit tartunk mi, önkényes megállapodás alapján, e kijelentés részeinek. Ha azonban változóvá alakítunk minden olyan jelet, amelynek jelentése önkényesen lett meghatározva, akkor még mindig egy ilyen osztályhoz jutunk. Ez utóbbi azonban már nem függ semmiféle megegyezéstől, hanem csakis magának a kijelentésnek a természetétől. Ez egy logikai formának – egy logikai prototípusnak – felel meg.

3.316

Az, hogy milyen értékeket vehet fel egy kijelentésváltozó, meg van állapítva.

Az értékek megállapítása *maga* a változó.

3.317

A kijelentésváltozó értékeinek megállapítása nem más, mint azon *kijelentések megadása*, amelyeknek közös ismertetőjegye a változó.

E megállapítás leírása ezeknek a kijelentéseknek.

E megállapítás tehát csak a szimbólumokra és nem jelentésükre vonatkozik.

És csak ez a lényeges a megállapítás számára. *Az, hogy pusztán szimbólumok leírása, és semmit sem állít arról, amit ezek jelölnek.*

Hogyan történik a kijelentések leírása – ez nem lényeges.

3.318

A kijelentést – éppúgy mint Frege és Russell – a benne foglalt kifejezések függvényeként fogom fel.

3.32

A jel az, ami érzékileg felfogható a szimbólumból.

3.321

Két különböző szimbólum tehát rendelkezhet közös jellel (írás vagy hangjellel) – akkor viszont különböző módon jelöl.

3.322

Sohasem mutathat két tárgy közös ismertetőjegyére az, hogy ugyanazon jellel, de két különböző *jelölésmódot* alkalmazva jelöljük őket. Hiszen a jel megváltoztatása önkényes. Tehát akár két különböző jelet is választhatnánk, s hová lenne akkor az, ami közös a jelölésben.

3.323

A köznyelvben igen gyakran előfordul, hogy egy és ugyanazon szó különböző módon jelöl – tehát különböző szimbólumokhoz tartozik –, vagy hogy két különböző módon jelölő szó külsőleg azonos módon nyer alkalmazást a kijelentésben.

Így a „van” szó előfordul mint kopula, mint az egyenlőség jele és mint a létezés kifejezője; a „létezni” viszont a „jönni”-hez hasonló intranzitív igeként; az „azonos” pedig mint melléknév. Beszélünk *valamiről*, de ugyanakkor arról is, hogy *valami* történik.

(E kijelentésben: „A zöld az zöld” – melyben az első szó tulajdonnév, a második viszont melléknév –, e szavaknak nem csupán jelentésük a

különböző, hanem ők maguk is *különböző szimbólumok*.)

3.324

Így aztán könnyen jönnek létre súlyosabbnál súlyosabb tévedések (amelyekkel telve van az egész filozófia).

3.325

Hogy elkerüljük az ilyen hibákat, olyan szimbolikát (*Zeichensprache*) kell alkalmaznunk, amely kizárja ezeket azáltal, hogy nem alkalmaz azonos jelet különböző szimbólumokban, az olyan jeleket pedig, amelyek különböző módon jelölnek, nem használja külsőleg azonos módon. Tehát olyan szimbolikát kell alkalmaznunk, amely a *logikai* grammatika – a logikai szintaxis – szabályainak engedelmeskedik.

(Ilyen nyelv a Frege és Russell-féle logikai szimbolika *[Begriffsschrift]*, bár ez még nem zár ki minden hibát.)

3.326

Hogy a jelről felismerjük a szimbólumot, az értelmes használatot kell figyelembe vennünk.

3.327

A jel csak logikai-szintaktikai alkalmazásával együtt határoz meg valamely logikai formát.

3.328

Ha egy jelet *nem alkalmazunk*, akkor nincs jelentése sem. Ez Occam tételének értelme.

(Ha a szimbolikában minden úgy működik, mintha a jelnek volna jelentése, akkor van is jelentése.)

3.33

A logikai szintaxisban a jel jelentésének sohasem szabad szerepet játszania. A logikai szintaxisnak felépíthetőnek kell lennie anélkül, hogy a jel *jelentéséről* szó esnék, nem szabad mást feltételeznie, *csak* a kifejezések leírását.

3.331

E megjegyzésből kiindulva betekintést nyerünk Russell típuselméletébe: Russell hibája abban mutatkozik meg, hogy a jelhasználati szabályok megállapításakor a jelek jelentéséről kellett beszélnie.

3.332

Egyetlen kijelentés sem állíthat semmit saját magáról, mivel a kijelentésjel nem tartalmazhatja saját magát. (Ez az egész „típuselmélet”.)

3.333

Függvény azért nem lehet önmaga argumentuma, mert a függvény jele már tartalmazza argumentumának prototípusát, márpedig saját magát nem tartalmazhatja.

Tételezzük fel példának okáért, hogy az *F*(*fx*) függvény önmagának argumentuma lehetne. Úgy lenne egy „*F*(*F*(*fx*))” kijelentés is, és ebben az *F* külső függvény és az *F* belső függvény különböző jelentéssel bírnának, mivel a belső függvény φ(*fx*), a külső viszont ψ (φ(*fx*)) formájú. E két függvényben csak az „*F*” betű a közös, ez azonban egymagában nem jelöl semmit sem.

Ez rögtön kiviláglik, ha az *F*(*F*(*u*)) helyébe írjuk, hogy „(∃φ):*F*(φ *u*).φ *u*=*Fu*”.

Ezáltal kiküszöbölődik a Russell-féle paradoxon.

3.334

Mihelyt tudjuk, mi módon jelöl minden egyes jel, a logikai szintaxis szabályainak önmaguktól érthetővé kell válniuk.

3.34

A kijelentésnek lényegi és véletlen vonásai vannak.

Véletlenszerűek azok a vonások, amelyek a kijelentésjel előállításának sajátos módjából származnak. Lényegiek azok, amelyek egymaguk teszik lehetővé, hogy a kijelentés kifejezze értelmét.

3.341

Tehát az a lényegi a kijelentésben, ami közös valamennyi azonos értelmet kifejezni tudó kijelentésben.

És hasonlóképp, egy szimbólumban általában az a lényegi, ami közös mindazokban a szimbólumokban, amelyek egy és ugyanazon célra szolgálhatnak.

3.3411

Tehát azt lehetne mondani: a tulajdonképpeni név nem más, mint az, ami valamennyi, a tárgyat jelölő szimbólumban közös. Ebből szukcesszíve az adódna, hogy semmiféle összetétel sem tartozik a név lényegéhez.

3.342

Jóllehet jelöléseinkben *(Notation)* van valami önkényes, az azonban nem önkényes, hogy ha valamit önkényesen meghatároztunk, akkor valami más

esetének fenn kell állnia. (Ez a jelölés *lényegéből* következik.)

3.3421

Egy-egy sajátos jelölési mód lényegtelen lehet, az azonban mindig lényeges, hogy ez a jelölési mód *lehetséges*. És ez általában így van a filozófiában. Az egyedi újra meg újra lényegtelennek bizonyul, az egyedi lehetősége azonban minden egyes esetben feltár nekünk valamit a világ lényegéből.

3.343

A meghatározások az egyik nyelvről egy másikra való fordítás szabályai.

Minden helyes szimbolikának bármely másikra lefordíthatónak kell lennie ilyen szabályok szerint: Ez az, ami közös valamennyiükben.

3.344

Az, ami jelöl a szimbólumban, nem más, mint ami közös mindazokban a szimbólumokban, amelyekkel az említett szimbólum a logikai szintaxis szabályai szerint helyettesíthető.

3.3441

Például azt, ami közös az igazságfüggvények valamennyi jelölésében, így lehet kifejezni: közös bennük az, hogy valamennyi pl. a *„~p”* *(„nem-p”)* és *„p ∨ q”* („*p*” *vagy* „*q*”) jelöléssel *helyettesíthető*.

(Ezzel jellemeztük annak módját, miként nyújthat egy speciális lehetséges jelölés általános felvilágosítást számunkra).

3.3442

A komplexus jele az elemzés során nem önkényesen bomlik fel, azaz nem oly módon, hogy felbontása minden egyes kijelentésszerkezetben más és más volna.

3.4

A kijelentés egy helyet határoz meg a logikai térben. E logikai hely létét egymaga az alkotóelemek létezése, az értelemmel bíró kijelentés létezése biztosítja.

3.41

A kijelentésjel és a logikai koordináták – ezek alkotják a logikai helyet.

3.411

A geometriai és a logikai hely abban megegyeznek egymással, hogy mindkettő valamely létezés lehetősége.

3.42

Habár a kijelentés csak egy helyet határozhat meg a logikai térben, egyben az egész logikai teret is meg kell adnia.

(Különben a tagadás, a logikai összeg, a logikai szorzat stb. állandóan új – koordinált – elemeket vezetnének be.)

(A kép körüli logikai állványzat határozza meg a logikai teret. A kijelentés az egész logikai teret áthatja.)

3.5

Az alkalmazott, a gondolt kijelentésjel a gondolat.

4

A gondolat értelemmel bíró kijelentés.

4.001

A kijelentések összessége a nyelv.

4.002

Az ember rendelkezik azzal a képességgel, hogy nyelveket hozzon létre, amelyek segítségével kifejezhet bármely értelmet anélkül, hogy sejtelme lenne arról, miként és mit jelent minden egyes szó. Aminthogy az emberek beszélnek, habár nem ismerik az egyes hangok előállításának mikéntjét.

A köznyelv része az emberi szervezetnek, és nem kevésbé bonyolult ennél.

Emberi erővel lehetetlen közvetlen formában kiemelni a köznyelvből a nyelv logikáját.

A nyelv álruhába öltözteti a gondolatot. Mégpedig úgy, hogy az ember nem következtethet az öltözet külső formájából a felöltöztetett gondolat formájára, mert az öltözet külső formája egyáltalán nem abból a célból készült, hogy a test formájának megismerését lehetővé tegye.

A köznyelv megértését szabályozó megállapodások szerfelett bonyolultak.

4.003

A legtöbb kijelentés és kérdés, amelyet filozófiai problémákról leírtak, nem hamis, hanem értelmetlen. Az ilyen jellegű kérdésekre tehát egyáltalán nem tudunk választ adni, mindössze értelmetlenségüket állapíthatjuk meg. A filozófusok kijelentéseinek és kérdéseinek többsége abból származik, hogy nem értjük nyelvünk logikáját.

(Hasonlítanak ezek az olyan kérdésekre, mint: Vajon a jó többé vagy kevésbé azonos-e a széppel?)

És nincs mit csodálkozni azon, hogy a legmélyebb problémák tulajdonképpen *nem* problémák.

4.0031

Az egész filozófia a „nyelv kritikája”. (De nem a mauthneri értelemben.) Russell érdeme annak megmutatása, hogy a látszólagos logikai forma nem feltétlenül a kijelentés valódi formája.

4.01

A kijelentés a valóság egy képe.

A kijelentés modellje a valóságnak, ahogy azt mi magunknak elgondoljuk.

4.011

Első pillantásra úgy látszik, hogy a kijelentés – mondjuk, ahogy le van nyomtatva a papírra nem képe a valóságnak, amelyről szól. Ám első pillantásra a kotta sem látszik a zene képének, sem pedig hangjel (betű) írásunk a hangnyelv képének.

Mégis, e szimbolikákról kiderül, hogy közönséges értelemben is képei annak, amit ábrázolnak.

4.012

Nyilvánvaló, hogy valamely „*aRb*” formájú kijelentést kép gyanánt fogunk fel.

Itt a jel nyilvánvalóan hasonlatos ahhoz, amit jelöl.

4.013

És ha behatolunk ezen képbeliség lényegébe, akkor meglátjuk, hogy a *látszólagos rendellenességek* (mint a # és *b* használata a kottában) nem sértik ezt.

Ugyanis ezek a rendellenességek is tükrözik azt, amit ki kell fejezniük, csak másképpen.

4.014

A hanglemez, a zenei gondolat, a kotta, a hang hullámok ugyanabban a belső leképzési viszonyban állnak egymással, mint ami nyelv és világ között fennáll.

Valamennyiüknek közös a logikai felépítése. (Mint a két ifjú, két lovuk és liliomaik a mesében. Mindezek bizonyos értelemben egyek.)

4.0141

Abban a tényben, hogy van olyan általános szabály, amelynek révén a zenész a partitúrából kiolvashatja a szimfóniát, s amelynek révén a hanglemezen levő rovásból a szimfónia, majd ebből az előbbi szabály szerint a partitúra helyreállítható – ebben rejlik e látszólag oly teljesen különböző

jelenségek belső hasonlósága. És az említett szabály annak a vetítésnek a törvénye, amely a szimfóniát a hangjegyek nyelvébe vetíti ki. Ez a hangjegyek nyelvéből a hanglemez nyelvére való fordítás szabálya.

4.015

Mindenféle hasonlóság, kifejezésmódunk bármiféle képbeliségének lehetősége a leképezés logikáján alapul.

4.016

Hogy megértsük a kijelentés lényegét, gondoljunk a hieroglifaírásra, amelyik leképezi az általa leírt tényeket.

És ebből alakult ki – anélkül, hogy a leképezés lényege veszendőbe menne – a betűírás.

4.02

Ezt abból látjuk, hogy a kijelentésjel értelmét felfogjuk anélkül, hogy azt nekünk előzőleg megmagyarázták volna.

4.021

A kijelentés a valóság egy képe. Mert, ha értem a kijelentést, akkor ismerem az általa ábrázolt tényállást. Viszont a kijelentést megértem anélkül, hogy értelmét megmagyarázták volna.

4.022

A kijelentés *mutatja* az értelmét.

A kijelentés *mutatja*, hogyan állnak a dolgok, ha igaz. És azt *mondja*, *hogy* így és így állnak.

4.023

A kijelentésnek a valóságot igenre vagy nemre kell meghatároznia.[2]

Tehát teljesen le kell írnia.

A kijelentés egy körülmény leírása.[3]

Ahogy a tárgy leírása a tárgyat külső tulajdonságai szerint, úgy a kijelentés a valóságot annak belső tulajdonságai szerint írja le.

A kijelentés logikai állványzat segítségével hoz létre egy világot, és így a kijelentésből az is látható, milyen minden logikai, ha igaz a kijelentés.[4] *Következtetések* hamis kijelentésből is *levonhatók*.

4.024

Megérteni egy kijelentést annyit tesz: tudni azt, minek az esete áll fenn, ha igaz a kijelentés.

(Tehát a kijelentést megérthetjük akkor is, ha nem tudjuk, igaz-e.)

Értjük a kijelentést, ha értjük alkotórészeit.

4.025

Egy nyelvnek egy másikra való lefordítása nem úgy történik, hogy az egyik minden egyes *kijelentését* a másik egy *kijelentésébe* fordítjuk le; hanem csak e kijelentések alkotórészeit fogjuk lefordítani.

(És a szótár nemcsak a főneveket, hanem az igéket, a mellékneveket és a kötőszavakat is lefordítja, s teljesen azonos módon kezeli valamennyit.)

4.026

Az egyszerű jelek (a szavak) jelentését meg kell magyarázni nekünk, hogy megértsük őket.

De mi kijelentések segítségével értetjük meg magunkat.

4.027

A kijelentés lényegéhez tartozik, hogy képes új értelmet közölni velünk.

4.03

A kijelentésnek régi kifejezésekkel kell új értelmet közölnie.

A kijelentés egy tényállást közöl velünk, tehát *lényegi* összefüggésben kell állnia e tényállással.

És ez az összefüggés éppen abban áll, hogy a kijelentés e tényállás logikai képe.

A kijelentés csak annyiban állít valamit, amennyiben kép.

4.031

A kijelentés mintegy próbaszerűen összeállít egy tényállást.

Ahelyett: Ez a kijelentés ezt és ezt az értelmet fejezi ki – egyenesen azt mondhatjuk: Ez a kijelentés ezt és ezt a tényállást ábrázolja.

4.0311

Az egyik név képvisel egy tárgyat, egy másik név egy másik tárgyat. És e nevek össze vannak kötve egymással. Így az egész úgyszólván élőkép módjára megjeleníti a körülményt.

4.0312

A kijelentés lehetősége a tárgyak jelekkel való képviseletének elvén alapul.

Alapgondolatom az, hogy a „logikai állandók (konstansok)” nem képviselnek.

Hogy a tények *logikája* nem képviselhető.

4.032

A kijelentés csak annyiban képe egy tényállásnak, amennyiben logikailag tagolt

(Még az „ambulo”[5] kijelentés is összetett, mivel töve más végződéssel, végződése pedig valamely más tővel már más értelmet eredményez.)

4.04

A kijelentésben pontosan annyi megkülönböztethető résznek kell lennie, mint az általa ábrázolt tényállásban.

Mindkettőnek ugyanazon logikai (matematikai) sokasággal *(Mannigfaltigkeit)* kell rendelkeznie. (Lásd Hertz *Mechaniká*ját a dinamikus modellekről.)

4.041

Magát ezt a matematikai sokaságot természetesen nem lehet leképezni. A leképezés során nem lehet kijutni belőle.

4.0411

Ha példának okáért azt, amit „(*x*)*fx*"szel fejezünk ki, valamely, az *fx* elé írandó index használatával akarnánk kifejezni – például így: „*Ált.fx*” –, ez nem lenne kielégítő, mivel nem tudnánk, mit általánosítottunk. Ha ezt valamely *a* index használatával akarnánk megmutatni – például így: „*f*(*xa*)” –, az megint csak elégtelen lenne, mivel nem ismernénk az általánosság jelölésének terjedelmét.

Amennyiben valamely jelnek az argumentum helyébe való bevezetésével akarnánk ezt megkísérelni – például így: „(*A*, *A*) . *F*(*A*, *A*)” –, ez szintén elégtelen lenne: nem lehetne megállapítani a változók azonosságát. És így tovább.

Mindezek a jelölési módok elégtelenek, mivel nem rendelkeznek a szükséges matematikai sokasággal.

4.0412

Ugyanezen okból nem megfelelő a térbeli viszonyok látásának a „térszemüveg” révén való idealista magyarázata, mivel nem képes megmagyarázni e viszonyok sokaságát.

4.05

A valóságot a kijelentéssel hasonlítjuk össze.

4.06

Csak azáltal lehet igaz vagy hamis a kijelentés, hogy képe a valóságnak.

4.061

Ha az ember nem veszi figyelembe, hogy a kijelentés a tényektől független értelemmel bír, akkor könnyen azt hiheti, hogy az igaz és a hamis – egyenjogú viszonyok a jelek és a jelölt tárgyak között.

Ez esetben például azt mondhatná valaki, hogy „*p*” igaz módon jelöli azt, amit „~*p*” hamis módon jelöl.

4.062

Vajon a hamis kijelentések segítségével nem értethetjük meg éppúgy magunkat, mint eddig az igazak segítségével tettük, amennyiben persze tudjuk azt, hogy hamisakként értendők? Nem! A kijelentés csak akkor igaz, ha a dolog úgy áll, ahogy mi azt általa állítjuk; és ha „*p*”-n mi „~*p*”-t gondolunk, s ha a dolog úgy áll, ahogy mi gondoljuk, úgy „*p*” ezen új felfogásban igaz, és nem hamis.

4.0621

Az azonban fontos, hogy a „*p*” és a „~*p*” jelek *képesek* ugyanazt kifejezni. Mert ez mutatja, hogy a „~” jelnek a valóságban semmi sem felel meg.

Az, hogy egy kijelentésben tagadás fordul elő, még nem jellemzi értelmét (~ ~*p* = *p*).

A „*p*” és „~*p*” kijelentések ellentétes értelemmel bírnak, de egy és ugyanazon valóság felel meg nekik.

4.063

Egy illusztráció az igazságfogalom magyarázatához: Fekete folt a fehér papíron.

A folt alakját leírhatjuk olyképp, hogy a felület minden egyes pontjára vonatkozólag megadjuk, fehére vagy fekete. Annak a ténynek, hogy valamely pont fekete, egy pozitív, annak, hogy fehér (nem fekete) egy negatív tény felel meg. Ha én rámutatok a felület egy pontjára (egy igazságértékre a Frege-féle terminológiában), akkor ez a megítélésre bocsátott feltevésnek felel meg – és így tovább.

De ahhoz, hogy megmondhassam, fehére vagy fekete egy adott pont, már előzőleg tudnom kell, mikor neveznek egy pontot feketének és mikor fehérnek.

Ahhoz, hogy azt mondhassam: „*p*” igaz (vagy hamis), előzőleg meg kell határoznom, milyen feltételek közt nevezem „*p*”-t igaznak, és ezáltal már meghatározom a kijelentés értelmét.

A hasonlat azonban a következő pontban sántít:

Mi a tér egy pontjára rámutathatunk anélkül, hogy tudnók, mi a fehér, és mi a fekete. Egy értelem nélküli kijelentésnek azonban egyáltalán nem felel meg semmi, mert a kijelentés nem jelöl semmi olyan dolgot (igazságértéket), amelynek tulajdonságait „igaznak” vagy „hamisnak” neveznénk. A kijelentés igéje nem az „igaz az, hogy...” vagy a „hamis az, hogy...” – amint ezt Frege hitte –, hanem azt, ami „igaz", már tartalmaznia kell az igének.

4.064

Minden kijelentésnek *már* értelemmel kell bírnia; az állítás nem kölcsönözhet értelmet neki, minthogy éppen az értelmét állítja. Ugyanez áll a tagadásra stb.

4.0641

Azt lehetne mondani: a tagadás már vonatkozásban áll azzal a logikai hellyel, amelyet a tagadott kijelentés meghatároz.

A tagadó kijelentés *más* logikai helyet határoz meg, mint a tagadott kijelentés.

A tagadó kijelentés a tagadott kijelentés logikai helyének segítségével határoz meg egy logikai helyet, mivelhogy ezt az előbbin kívül levőnek írja le.

Az a tény, hogy a tagadott kijelentés tovább tagadható, már mutatja, hogy az, amit tagadunk, már kijelentés, és nem csupán előkészítése valamely kijelentésnek.

4.1

A kijelentés a körülmények fennállását vagy fenn nem állását ábrázolja.

4.11

Az igaz kijelentések összessége az egész természettudomány (vagy a természettudományok összessége).

4.111

A filozófia nem tartozik a természettudományok közé. (E szónak: „filozófia”, valami olyat kell jelentenie, ami a természettudományok felett vagy alatt, de nem mellettük áll.)

4.112

A filozófia célja a gondolatok logikai tisztázása.

A filozófia nem tanítás, hanem tevékenység.

Egy filozófiai mű lényegében magyarázatokból áll.

A filozófia eredménye nem „filozófiai kijelentésekben” nyer kifejezést, hanem kijelentések világossá tételében.

A filozófiának meg kell világítania és élesen körül kell határolnia a gondolatokat, amelyek egyébként, úgyszólván, homályosak és elmosódottak.

4.1121

A pszichológia nincs közelebbi rokonságban a filozófiával, mint bármely másik természettudomány.

Az ismeretelmélet a pszichológia filozófiája.

Vajon nem felel-e meg a szimbolika általam végzett vizsgálata a gondolatfolyamatok ama vizsgálatának, amelyet a filozófusok oly fontosnak tartottak a logika filozófiája számára? Csakhogy ők többnyire lényegtelen pszichológiai vizsgálódásokba bonyolódtak bele, és hasonló veszély fennáll az én módszerem esetében is.

4.1122

A darwini elméletnek nincs több köze a filozófiához, mint a természettudomány bármely másik hipotézisének.

4.113

A filozófia a természettudomány vitatható területét határolja el.

4.114

Körül kell határolnia a gondolhatót és ezáltal a nem-gondolhatót is.

A nem-gondolhatót belülről kell elhatárolnia, a gondolhatón keresztül.

4.115

A filozófia jelezni fogja a kimondhatatlant azáltal, hogy világosan ábrázolja a megmondhatót.

4.116

Mindazt, amit egyáltalán gondolni lehet, világosan lehet gondolni. Mindazt, amit ki lehet fejezni, világosan lehet kifejezni.

4.12

A kijelentés ábrázolhatja az egész valóságot, de nem ábrázolhatja azt, aminek közösnek kell lennie benne a valósággal, hogy annak ábrázolása lehessen – a logikai formát.

Ahhoz, hogy a logikai formát ábrázolhassuk, képesnek kellene lennünk arra, hogy magunkat a kijelentéssel együtt a logikán kívülre, azaz a világon kívülre helyezzük.

4.121

A kijelentés nem ábrázolhatja a logikai formát, e forma tükröződik benne.

Ami tükröződik a nyelvben, azt a nyelv nem ábrázolhatja.

Ami *maga* fejeződik ki a nyelvben, azt *mi* nem fejezhetjük ki a nyelv által.

A kijelentés *mutatja* a valóság logikai formáját. Megnyilvánítja azt.

4.1211

Így valamely „*fa*” kijelentés mutatja azt, hogy értelmében szerepel az a tárgy, az „*fa*” és „*ga*” kijelentések azt, hogy mindkettejükben egy és ugyanazon tárgyról van szó.

Ha két kijelentés ellentmond egymásnak, akkor ezt struktúrájuk mutatja; ugyanígy, ha az egyik következik a másikból. És így tovább.

4.1212

Amit mutatni *lehet*, azt nem *lehet* mondani.

4.1213

Most megértjük azt is, miért érezzük magunkat helyes logikai felfogás birtokosainak, mihelyt szimbolikánkban minden rendben van.

4.122

Bizonyos értelemben beszélhetünk a tárgyak és a körülmények formális tulajdonságairól, illetve a tények struktúrájának tulajdonságairól, és ugyanebben az értelemben beszélhetünk formális viszonyokról és a struktúrák viszonyairól.

(A struktúra tulajdonsága helyett „belső tulajdonságról” is beszélek; a struktúrák viszonya helyett pedig „belső viszonyról”. Azért vezetem be e kifejezéseket, hogy megmutassam a belső viszonyok és a tulajdonképpeni, azaz külső viszonyok – filozófusok közt igen elterjedt – összetévesztésének alapját.)

Az ilyen belső tulajdonságok és viszonyok fennállását azonban nem állíthatják kijelentések, hanem ez megmutatkozik azokban a kijelentésekben, amelyek a szóban forgó körülményeket ábrázolják és a szóban forgó tárgyakról szólnak.

4.1221

Valamely tény belső tulajdonságát a tény vonásának is nevezhetjük. (Abban az értelemben, ahogy például arcvonásokról beszélünk.)

4.123

A tulajdonság belső akkor, ha elgondolhatatlan, hogy a tárgy ne rendelkezzék vele.

(Ez a kék szín és egy másik eo ipso a világosabb és sötétebb belső viszonyában állnak. Nem lehet elgondolni, hogy *ez* a két tárgy ne állna ebben a belső viszonyban egymással.)

(Itt a „tulajdonság” és „viszony” szó ingadozó használatának a „tárgy” szó ingadozó használata felel meg.)

4.124

Egy lehetséges tényállás belső tulajdonságának fennállását nem kijelentés fejezi ki, hanem az maga fejezi ki magát a tényállást ábrázoló kijelentésben, e kijelentés valamely belső tulajdonságán keresztül.

Éppoly értelmetlen volna egy kijelentésnek valamilyen formális tulajdonságot tulajdonítani, mint megtagadni ezt tőle.

4.1241

A formákat nem lehet azáltal megkülönböztetni egymástól, hogy kijelentjük – az egyiknek ez, a másiknak pedig az a tulajdonsága; ugyanis ez feltételezné, hogy értelme lehetne annak, ha mindkét tulajdonságot mindkét formáról állítjuk.

4.125

A dolgok lehetséges tényállásai közti belső viszony fennállása nyelvileg az illető tényállást ábrázoló kijelentések közti belső viszonyban jut kifejezésre.

4.1251

A rég vitatott kérdés: „vajon belső-e avagy külső minden viszony”, most itt választ nyer.

4.1252

Az olyan sorokat, amelyek belső viszonyok révén rendezettek, formasoroknak nevezem.

A számsor nem külső, hanem belső viszony szerint rendezett.

Éppígy a következő kijelentések sora: „aRb”

„(∃ *x*): *aRx*. *xRb*”,

„(∃ *x*, *y*): *aRx*. *xRy.yRb*” stb.

(Ha *b* e viszonyok egyikében áll *a*-val, akkor *b*t *a* utódjának nevezem.)

4.126

Abban az értelemben, amelyben a formális tulajdonságokról beszélünk, most formális fogalmakról is beszélhetünk.

(Azért vezetem be ezt a kifejezést, hogy megvilágítsam a formális fogalmak és a tulajdonképpeni fogalmak összetévesztésének alapját, ami az egész régi

logikát áthatja.)

Hogy valami egy formális fogalom alá tartozik, annak tárgyaként, ezt nem fejezheti ki kijelentés, hanem ez magának a tárgynak a jelében mutatkozik meg. (A név mutatja, hogy tárgyat jelöl, a számjel, hogy számot jelöl stb.)

Hiszen a formális fogalmakat, a tulajdonképpeni fogalmaktól eltérően, nem ábrázolhatja függvény.

Ugyanis ismertetőjegyeiket, a formális tulajdonságokat nem függvények fejezik ki.

A formális tulajdonság mint bizonyos szimbólum vonása jut kifejezésre.

A formális fogalom ismertetőjegyeinek jele tehát mindazoknak a szimbólumoknak jellegzetes vonása, amelyeknek jelentése e fogalom alá tartozik.

Tehát a formális fogalom olyan kijelentésváltozóban nyer kifejezést, amelyben csak ez a jellegzetes vonás konstans.

4.127

A kijelentésváltozó jelöli a formális fogalmat, értékei pedig azokat a tárgyakat, amelyek e fogalom alá tartoznak.

4.1271

Minden változó valamely formális fogalom jele.

Ugyanis minden egyes változó azt a konstans formát jeleníti meg, amellyel valamennyi értéke rendelkezik, és amelyik ezen értékek formális tulajdonságaként fogható fel.

4.1272

Így az „*x*” változónév a *tárgy* látszatfogalmának tulajdonképpeni jele.

Ahol csak a „tárgy” („dolog”, „objektum” stb.) szót helyesen használják, ott a logikai szimbolikában ezt a változónévvel fejezzük ki.

Például a „van olyan két tárgy, hogy...” kijelentésben ezt az „(∃ *x*, *y*)...” fogja kifejezni.

Ahol csak másképpen, azaz tulajdonképpeni fogalomszóként használják, ott értelmetlen látszatkijelentések jönnek létre.

Így nem lehet például ugyanúgy mondani azt: „Vannak tárgyak”, mint ahogy mondjuk azt: „Vannak könyvek”. Épp ily kevéssé beszélhetünk arról, hogy „100 tárgy van” vagy arról, hogy „ℵ0 tárgy van”.

És általában értelmetlen arról beszélni, *hány tárgy van összesen*.

Ugyanez vonatkozik a „komplexus", „tény”, „függvény”, „szám” stb. szavakra.

Mindezek formális fogalmakat jelölnek, és a logikai szimbolikában változók, nem pedig függvények vagy osztályok jelenítik meg őket. (Ahogy ezt Frege és Russell hitte.)

Az olyan kifejezések, mint: „Az 1 egy szám” „Csak egy nulla létezik” és a hozzájuk hasonlók – mind értelmetlenek.

(Azt mondani: „Csak egy *1* létezik” éppen olyan értelmetlen, mintha azt mondanánk: 2 + 2 három órakor egyenlő 4-gyel.)

4.12721

Ha adva van egy alája tartozó tárgy, már adva van a formális fogalom is. Tehát nem lehet alapfogalmakként bevezetni valamely formális fogalom tárgyait és magát a formális fogalmat is. Tehát nem lehet, példának okáért, a függvény fogalmát és egyes speciális függvényeket is bevezetni alapfogalmakként (amint ezt Russell teszi); vagy a szám fogalmát és meghatározott számokat.

4.1273

Ha mi a „ *b* az *a* utóda” általános kijelentést logikai szimbolikában akarjuk kifejezni, úgy ehhez szükségünk van az *aRb*, (∃ *x*): *aRx*. *xRb*, (∃ *x*, *y*): *aRx.xRy.yRb*, ... formasor általános tagjának kifejezésére. Valamely formasor általános tagja csak változó segítségével fejezhető ki, mivel a formasor tagjának fogalma – *formális* fogalom.

(Ezt nem vette észre Frege és Russell, ezért téves az, ahogyan ők a fentihez hasonló általános kijelentéseket ki akarják fejezni; eljárásuk circulus vitiosust tartalmaz.)

A formasor általános tagját úgy határozhatjuk meg, hogy megadjuk az első tagot és annak a műveletnek az általános formáját, amelyik a következő tagot a megelőző kijelentésből előállítja.

4.1274

A formális fogalom létére vonatkozó kérdés értelmetlen. Mert nincs olyan kijelentés, amely az ilyen kérdésre választ adhatna.

(Tehát nem lehet például azt kérdezni: „Léteznek-e olyan szubjektumpredikátum típusú kijelentések, amelyek nem elemezhetőek?")

4.128

A logikai formák *szám nélküliek (Zahllos)*.

Ezért nincsenek kitüntetett számok a logikában, s nincs se filozófiai monizmus, se dualizmus stb.

4.2

A kijelentés értelme a körülmények fennállásának és fenn nem állásának lehetőségeivel való megegyezésben, illetve meg nem egyezésében áll.

4.21

A legegyszerűbb kijelentés, az elemi kijelentés, egy körülmény fennállását állítja.

4.211

Az elemi kijelentés egyik jele az, hogy egyetlen elemi kijelentés sem mondhat ellen neki.

4.22

Az elemi kijelentés nevekből áll; nevek összefüggése, láncolata.

4.221

Nyilvánvaló, hogy a kijelentések elemzése során elemi kijelentésekhez kell jutnunk, amelyek közvetlen kapcsolatban levő nevekből állanak. Itt merül fel, hogyan jön létre a kijelentéskapcsolat.

4.2211

Még akkor is, ha a világ végtelenül bonyolult, úgyhogy minden egyes tény végtelen sok körülményből áll, az egyes körülmények pedig végtelen sok tárgyból vannak összetéve – még akkor is kell lenniük tárgyaknak és körülményeknek.

4.23

A név a kijelentésben csak az elemi kijelentés kontextusában fordul elő.

4.24

A nevek az egyszerű szimbólumok; én egyes betűkkel („*x*”, „*y*”, „*z*”) jelzem őket.

Az elemi kijelentést a nevek függvényében írom fel, a következő formában:

„*fx*”, „φ(*x*, *y*)” stb.

Vagy pedig *p*, *q*, *r* betűkkel jelzem.

4.241

Ha egy és ugyanazon jelentéssel használok két jelet, akkor ezt azzal fejezem ki, hogy közéjük az „=” jelet teszem.

„*a* = *b*” tehát azt jelenti: az *a* jel *b* jellel helyettesíthető.

Ha egy új jelet, „*b*”-t egyenlet segítségével vezetek be azáltal, hogy meghatározom: egy már ismert „*a*” jelet kell helyettesítenie, akkor az egyenletet – a meghatározást – (Russellhez hasonlóan) a következő formában írom: „*a* = *b Def*”. A meghatározás szimbolikai szabály.

4.242

Tehát az „*a* = *b*” formájú kifejezések csupán az ábrázolás segédeszközei. Ezek semmit sem mondanak az „*a*” és „*b*” jel jelentéséről.

4.243

Lehetségese, hogy értünk két nevet, anélkül, hogy tudnánk – vajon ugyanazt a dolgot jelölik-e, avagy két különböző dolgot? Lehetségese, hogy megértünk egy kijelentést, amelyben két név fordul elő, anélkül, hogy tudnánk – vajon a nevek ugyanazt jelentik-e vagy különbözőket?

Ha például ismerem egy angol és egy vele azonos jelentésű német szó jelentését, akkor lehetetlen, hogy ne tudnám: ezek azonos jelentésűek; lehetetlen, hogy ne tudnám őket kölcsönösen lefordítani.

Az olyan kijelentések, mint az „*a* = *a*” vagy az ebből levezetettek, nem elemi kijelentések, sem pedig értelemmel bíró jelek. (Ez a későbbiekből fog kiderülni.)

4.25

Ha az elemi kijelentés igaz, akkor a körülmény fennáll; ha az elemi kijelentés hamis, úgy a körülmény nem áll fenn.

4.26

Az összes igaz elemi kijelentés megadása teljesen leírja a világot. Teljesen leírja a világot, ha megadjuk az összes elemi kijelentést, s ezenfelül megadjuk azt, melyek közülük az igazak, és melyek a hamisak.

4.27

Ami *n* számú körülmény fennállását, illetve fenn nem állását illeti, ennek

$$K_n = \sum_{\nu=0}^{n} \binom{n}{\nu}$$

lehetősége van.

A körülmények összes kombinációja fennállhat, más pedig nem állhat fenn.

4.28

E kombinációknak *n* elemi kijelentés igazságának – illetve hamisságának – ugyanannyi lehetséges esete felel meg.

4.3

Az elemi kijelentések igazságlehetőségei a körülmények fennállásának, illetve fenn nem állásának lehetőségeit jelentik.

4.31

Az igazságlehetőségeket a következő típusú séma segítségével ábrázolhatjuk („*I*” jelenti az „igaz”-at, „*H*” a „hamis”-at. Az elemi kijelentések sora alatti „*I*”-t és „*H*”-t tartalmazó sorok könnyen érthető szimbolika segítségével e kijelentések igazságlehetőségeit jelentik):

p	*q*	*r*
I	*I*	*I*
H	*l*	*I*
I	*H*	*l*
I	*l*	*H*
H	*H*	*I*
H	*I*	*H*
I	*H*	*H*
H	*H*	*H*

p	*q*
I	*I*
H	*I*
I	*H*
H	*H*

d
I
H

4.4

A kijelentés az elemi kijelentések igazságlehetőségeivel váló megegyezés, illetve meg nem egyezés kifejezése.

4.41

Az elemi kijelentések igazságlehetőségei a kijelentések igazságának és hamisságának feltételei.

4.411

Eleve valószínűnek látszik, hogy az elemi kijelentések bevezetése minden egyéb kijelentésfajta megértésének szempontjából alapvető. Sőt az általános kijelentések megértése *érezhetően* függ az elemi kijelentések megértésétől.

4.42

Ami valamely kijelentésnek *n* elemi kijelentés igazságlehetőségeivel való megegyezését, illetve meg nem egyezését illeti, ennek

$$\sum_{K=0}^{K_n} \binom{K_n}{K} = L_n$$

lehetősége áll fenn.

4.43

Az igazságlehetőségekkel való megegyezést úgy fejezhetjük ki, hogy a sémában ezekhez az „*I*” (igaz) jelzést rendeljük hozzá. E jelzés hiánya a meg nem egyezést jelenti.

4.431

Az elemi kijelentések igazságlehetőségeivel való megegyezés, illetve meg nem egyezés kifejezése a kijelentés igazságfeltételeit fejezi ki.

A kijelentés saját igazságfeltételeinek kifejezése. (Frege tehát teljesen helyesen tette, hogy előrebocsátotta az igazságfeltételeket logikai szimbolikája jeleinek magyarázataként. Csakhogy az igazságfogalom általa adott magyarázata hamis: ha „az igaz” és „a hamis” valóban tárgyak és a ~*p* stb. kifejezések argumentumai lennének, akkor az a meghatározás, amelyet Frege adott, egyáltalán nem határozná meg „~*p*” értelmét.)

4.44

Az „*I*” jelzésnek és az igazságlehetőségeknek egymáshoz rendeléséből származó jel a kijelentésjel.

4.441

Világos, hogy az „*I*” és „*H*” jelek komplexusának semmiféle tárgy (vagy tárgyak komplexusa) sem felel meg; éppen úgy, ahogy a vízszintes és függőleges vonalaknak vagy a zárójeleknek sem. – Nincsenek „logikai tárgyak”. Természetesen ugyanez áll mindazon jelekre, amelyek ugyanazt fejezik ki, mint az „*I*”-k és „*H*”-k sémái.

4.442

Példának okáért a következő séma:

„p	Q	
I	I	I
H	I	I
I	H	
H	H	I”

egy kijelentésjel.

(A Frege-féle ítéletjel [*Urteilstrich*]: „|–” logikailag minden jelentést nélkülöz.

Frege-nél (és Russellnél) ez csak azt jelzi, hogy a szerzők az így jelölt kijelentéseket igaznak tartják. Ezért a „|–” éppoly kevéssé tartozik a kijelentésszerkezethez, mint például a kijelentés számozása. Lehetetlen, hogy egy kijelentés maga állíthassa magáról azt, hogy igaz.) Ha bizonyos kombinációs szabály révén egyszer s mindenkorra rögzítettük az igazságlehetőségek sorrendjét a sémában, akkor az utolsó oszlop már egymaga kifejezi az igazságfeltételeket. Ha ezt az oszlopot sorként írjuk le, akkor a kijelentésjel a következő lesz: „(III) (*p*, *q*)” vagy világosabban „(I I H I) (*p*, *q*)”. (A bal oldali zárójelben levő helyek számát a jobb oldali zárójelben levő tagok száma határozza meg.)

4.45

n elemi kijelentés esetében a lehetséges igazságfeltétel-csoportok száma *Ln*.

Egy bizonyos számú elemi kijelentés igazságlehetőségeinek megfelelő igazságfeltétel-csoportokat sorba lehet rendezni.

4.46

Az igazságfeltételek lehetséges csoportjai közt két szélsőséges eset van.

Az egyik esetben a kijelentés az elemi kijelentések valamennyi igazságlehetősége esetében igaz. Ilyenkor azt mondjuk, hogy az igazságfeltételek *tautologikusak*. mondjuk, ahogy le van nyomtatva a papírra – nem képe a valóságnak, amelyről szól. Ám első pillantásra a kotta sem látszik a zene képének, sem pedig hangjel (betű) írásunk a hangnyelv

képének. Mégis, e szimbolikákról kiderül, hogy közönséges értelemben is képei annak, amit ábrázolnak. A másik esetben a kijelentés az összes igazságlehetőség esetében hamis: az igazságfeltételek *ellentmondásosak*. Az első esetben a kijelentést tautológiának, a második esetben ellentmondásnak nevezzük.

4.461

A kijelentés mutatja azt, amit mond; a tautológia és ellentmondás mutatja azt, hogy nem mond semmit. A tautológiának nincsenek igazságfeltételei, minthogy feltétel nélkül igaz; az ellentmondás pedig semmiféle feltétel mellett sem igaz.

A tautológia és az ellentmondás értelemnélküli. (Mint a pont, amelyből két ellentétes irányú nyíl indul ki.) (Például: semmit sem tudok az időjárásról, ha annyit tudok, hogy vagy esik az eső, vagy nem esik.)

4.4611

De a tautológia és az ellentmondás nem értelmetlenek; a szimbolikához tartoznak, mint ahogy a „0” is beletartozik az aritmetika szimbolikájába.

4.462

A tautológia és az ellentmondás nem képei a valóságnak. Semmiféle lehetséges tényállást sem ábrázolnak. Ugyanis az egyik *minden* lehetséges tényállást megenged, a másik *egyet sem*.

A tautológiában a világnak való megfelelés feltételei – az ábrázolási viszonyok – kölcsönösen megszüntetik egymást, úgyhogy a tautológia nem áll semmiféle ábrázolási viszonyban a valósággal.

4.463

Az igazságfeltételek meghatározzák azt a mozgásteret, amelyet a kijelentés hagy a tények számára.

(A kijelentés, a kép, a modell negatív értelemben olyan, mint a szilárd test, amely egy másik test mozgásszabadságát korlátozza; pozitív értelemben viszont olyan, mint a szilárd szubsztancia által elhatárolt tér, amelyben test helyezkedik el.)

A tautológia meghagyja a valóságnak az egész – végtelen – logikai teret; az ellentmondás az egész logikai teret betölti, és egy pontot sem hagy a valóság számára. Ezért egyikük sem határozhatja meg valamiféleképpen a valóságot.

4.464

A tautológia igazsága bizonyos, a kijelentésé lehetséges, az ellentmondásé lehetetlen. (Bizonyos, lehetséges, lehetetlen: Itt jelentkeznek azok a

fokozatok, amelyekre a valószínűségelméletben van szükségünk.)

4.465

Egy tautológia s egy kijelentés logikai szorzata ugyanazt mondja, amit a kijelentés. Tehát e szorzat azonos a kijelentéssel. Mert a szimbólum lényegét nem lehet megváltoztatni értelmének megváltoztatása nélkül.

4.466

A jelek meghatározott logikai kapcsolatának jelentéseik meghatározott logikai kapcsolata felel meg; *bármely tetszőleges* kapcsolat csak a kapcsolatban nem levő jeleknek felel meg. Vagyis az olyan kijelentések, amelyek igazak, bármi legyen is a tényállás, egyáltalán nem lehetnek jelkapcsolatok, mert ha azok volnának, akkor csak a tárgyak bizonyos kapcsolatai felelhetnének meg nekik. (És nincs olyan logikai kapcsolat, amelynek a tárgyak *semmiféle* kapcsolata se felelne meg.)

A tautológia és az ellentmondás a jelkapcsolatok határesetei; tudniillik ezek felbomlásai.

4.4661

Természetesen még a tautológiában és az ellentmondásban is kapcsolatban vannak a jelek egymással, azaz viszonyok állnak fenn közöttük, e viszonyok azonban jelentésnélküliek, a *szimbólum* szempontjából lényegtelenek.

4.5

Most lehetségesnek látszik a legáltalánosabb kijelentésforma megadása: vagyis bármely szimbolikus nyelv összes kijelentésének leírása, mégpedig úgy, hogy minden lehetséges értelem olyan szimbólum által legyen kifejezhető, amelyre ráillik a leírás, és minden egyes szimbólum. amelyre a leírás ráillik, kifejezhessen valamely értelmet, ha a nevek jelentését megfelelő módon választják meg.

Nyilvánvaló, hogy a legáltalánosabb kijelentésforma leírásának *csak* azt szabad leírnia, ami annak lényegéhez tartozik – hiszen másképp nem lenne a legáltalánosabb. Azt, hogy létezik általános kijelentésforma, bizonyítja az a tény, hogy nem lehetséges olyan kijelentés, amelynek formáját ne lehetett volna előrelátni (azaz megszerkeszteni). A kijelentés általános formája a következő: Ez meg ez az eset áll fenn.

4.51

Tételezzük fel, hogy adva volna az *összes* elemi kijelentés. Akkor egyszerűen megkérdezhetnénk: milyen kijelentéseket tudok belőlük

felépíteni? És ez lesz az *összes* kijelentés, és így lesznek elhatárolva egymástól.

4.52

A kijelentések nem mások, mint mindaz, ami valamennyi elemi kijelentés összességéből következik (természetesen abból is, hogy ez *valamennyiük összessége*). (Így bizonyos értelemben azt mondhatni, hogy *valamennyi* kijelentés az elemi kijelentések általánosítása.)

4.53

Az általános kijelentésforma egy változó.

5

Minden kijelentés az elemi kijelentések igazságfüggvénye. (Az elemi kijelentés önmagának igazságfüggvénye.)

5.01

Az elemi kijelentések a kijelentések igazságargumentumai.

5.02

Könnyen megtörténik, hogy az ember összetéveszti a függvények argumentumait a nevek indexeivel. Ugyanis az argumentumot, illetve indexet tartalmazó jel jelentését egyaránt az argumentumról, illetve az indexről ismeri fel. Példának okáért a Russell-féle „+c”ben a „*c*” index, amely azt mutatja, hogy az egész jel a kardinális számok közti összeadás jele. De ez a jelölés önkényes megegyezésen alapul, és a „+c” helyett egy egyszerű jelet is választhatnánk; a „~*p*”-ben azonban a „*p*” nem index, hanem argumentum: a „~*p*” értelmét *nem lehet* megérteni anélkül, hogy a „*p*” értelmét előzőleg meg ne értettük volna. (A Julius Caesar névben a „Julius” – index. Az index mindig része azon tárgy leírásának, amelynek nevéhez hozzáfűződik. Például: *A* Caesar a Juliusok nemzetségéből.)

A kijelentések és függvények jelentésének Frege által adott elmélete, ha nem tévedek, az argumentum és az index összetévesztésén alapul. Frege a logika kijelentéseit nevekként fogta fel, e kijelentések argumentumait pedig e nevek indexeiként.

5.1

Az igazságfüggvényeket sorokba lehet rendezni. Ez az alapja a valószínűségelméletnek.

5.101

Adott számú elemi kijelentés igazságfüggvényeit a következő típusú sémába lehet leírni:

(*I I I I*) (*p*, *q*)	Tautológia	(Ha *p*, akkor *p*; és ha *q*, akkor *q*.) ($p \supset p.\ q \supset q$)
(*H I I I*) (*p*, *q*)	szavakban:	Nem együtt *p* és *q*. ($\sim (p.q)$)
(*I H I I*) (*p*, *q*)	"	*Ha q*, akkor *p*. ($q \supset p$)
(*I I H I*) (*p*, *q*)	"	*Ha p*, akkor *q*. ($p \supset q$)
(*I I I H*) (*p*, *q*)	"	*p* vagy *q*. ($p \vee 9$)
(*HH I I*) (*p*, *q*)	"	nem-*q*. ($\sim q$)
(*H I H I*) (*p*, *q*)	"	nem-*p*. ($\sim p$)
(*H I I H*) (*p*, *q*)	"	*p* vagy *q*, de nem mindkettő. ($p. \sim q : \vee : q. \sim p$)
(*I H H I*) (*p*, *q*)	"	ha *p*, akkor *q*; és ha *q*, akkor *p*. ($p \equiv q$)
(*I H I H*) (*p*, *q*)	"	*p*
(*I I H H*) (*p*, *q*)	"	*q*
(*H H H I*) (*p*, *q*)	"	sem *p*, sem *q*. ($\sim p. \sim q$) vagy ($p \mid q$)
(*H H I H*) (*p*, *q*)	"	*p* és *nem-q*. ($p. \sim q$)
(*H I H H*) (*p*, *q*)	szavakban:	*q* és *nem-p*. ($q. \sim p$)
(*I H H H*) (*p*, *q*)	"	*q* és *p*. ($q.\ p$)
(*H H H H*) (*p*, *q*)	Ellentmondás	(*p* és nem-*p*; és *q* és nem-*q*.) ($p. \sim p.\ q. \sim q$)

A kijelentés *igazságalapjainak* fogom nevezni igazságargumentumainak azon igazságlehetőségeit, amelyek igazolják a kijelentést.

5.11

Ha bizonyos számú kijelentés közös igazságalapjai valamennyien egy adott kijelentés igazságalapjait is alkotják, akkor azt mondjuk, hogy e kijelentés igazsága következik az előbbi kijelentések igazságából.

5.12

Különösképpen akkor következik „*p*” kijelentés egy másik kijelentés, „*q*” igazságából, ha az utóbbi összes igazságalapja az előbbinek is igazságalapja.

5.121

Az egyik (*q*) igazságalapjait tartalmazzák a másik (*p*) igazságalapjai: *p* következik *q*-ból.

5.122

Ha *p* következik *q*-ból, akkor „*q*” értelme tartalmazza „*p*” értelmét.

5.123

Ha egy isten megteremt egy világot, amelyben igazak bizonyos kijelentések, akkor ezzel egyben olyan világot is teremt, amelyben igaz valamennyi ezekből következő kijelentés. És hasonlóképp: nem teremthetne olyan világot, amelyben „*p*” kijelentés igaz lenne anélkül, hogy ennek valamennyi tárgyát meg ne teremtené.

5.124

A kijelentés állítja mindazon kijelentéseket, amelyek belőle következnek.

5.1241

„*p*. *q*” egyike azoknak a kijelentéseknek, amelyek „*p*”-t, állítják, és egyúttal egyike azoknak, amelyek „*q*”-t állítják.

Két tétel ellentétes egymással, ha nincs olyan értelemmel bíró kijelentés, amely mindkettőjüket állítaná. Bármely kijelentés, amely ellentmond egy másiknak, tagadja azt.

5.13

Az, hogy egy kijelentés igazsága következik más kijelentések igazságából, a kijelentések struktúrájából látható.

5.131

Ha egy kijelentés igazsága következik más kijelentések igazságából, akkor ez kifejezésre jut azokban a viszonyokban, amelyek a kijelentések formái közt fennállnak. Mégpedig nincs szükség arra, hogy mi állítsuk őket először

ilyen viszonyokba azáltal, hogy egyetlen kijelentésbe kapcsoljuk össze őket, mert ezek a viszonyok belsők, úgyhogy fennállnak, mihelyt fennállnak e kijelentések, s már azáltal, hogy fennállnak.

5.1311

Amikor *p* ∨ *q* és ~*p*-ből mi *q*ra következtetünk, akkor itt a „*p* ∨ *q*” és „~*p*” kijelentésformák viszonyát a jelölésmód eltakarja. De ha például „*p* ∨ *q*” helyett „*p*| *q*.|. *p*| *q*”-t, „~*p*” helyett „*p*| *p*”-t (*p*| *q*=sem *p*, sem *q*) írunk, akkor e belső kapcsolat nyilvánvalóvá válik. (Az, hogy (*x*).*fx*-ből *fa*-ra lehet következtetni, mutatja, hogy az általánosság már az „(*x*). *fx*” szimbólumban is jelen van.)

5.132

Ha *p* következik *q*-ból, akkor *q*-ból levonhatom a *p* következményt, *q*-ból *p*-re következtethetek. A következtetés módja csak a két kijelentésből érthető. Egyedül csak ezek igazolhatják a következtetést. „A következtetés törvényei”, amelyeknek – mint Fregé-nél és Russell-nál – igazolniok kellene a következtetéseket, értelemnélküliek és feleslegesek is volnának.

5.133

Minden következtetés a priori történik.

5.134

Elemi kijelentésből nem lehet másik elemi kijelentésre következtetni.

5.135

Semmiféleképpen sem lehet egy meghatározott tényállás fennállásából egy másik, tőle teljesen különböző tényállás fennállására következtetni.

5.136

Nincs olyan oksági kapcsolat, amely igazolna ilyen következtetést.

5.1361

Az eljövendő eseményeket *nem lehet* kikövetkeztetni a jelenlegiekből. Az oksági kapcsolatba vetett hit a *tévhit*.

5.1362

Az akaratszabadság abban áll, hogy nem tudhatunk most a jövőbeli cselekedetekről. Csak akkor tudhatnánk róluk, ha az okság a logikai következtetés szükségszerűségéhez hasonlóan *belső* szükségszerűség lenne. – A tudás és a tudott kapcsolata nem más, mint a logikai szükségszerűség kapcsolata.

("*A* tudja, hogy *p* esete fennáll” értelemnélküli, ha *p* tautológia.)

5.1363

Ha abból a tényből, hogy a kijelentés számunkra nyilvánvaló, nem *következik* az, hogy igaz, akkor nyilvánvalósága semmiképpen sem igazolja igazságába vetett hitünket.

5.14

Ha egy kijelentés következik egy másikból, akkor az utóbbi többet mond, mint az előbbi; az előbbi kevesebbet, mint az utóbbi.

5.141

Ha *p* következik *q*-ból, *q* pedig *p*-ből, akkor e kettő egy és ugyanazon kijelentés.

5.142

A tautológia minden kijelentésből következik: a tautológia nem mond semmit.

5.143

Az ellentmondás nem más, mint az a közös valami a kijelentésekben, ami egyetlen kijelentésben sem közös egy másikkal. A tautológia nem más, mint ami közös mindazon kijelentésekben, amelyek közt semmi közös sincsen. Az ellentmondás, úgyszólván, az összes kijelentésen kívül, a tautológia az összes kijelentésen belül tűnik el. Az ellentmondás a kijelentések külső határa, a tautológia pedig szubsztancia nélküli középpontjuk.

5.15

Ha „*Ir*” az „*r*” kijelentés igazságalapjainak száma, „*Irs*” pedig az „*s*” kijelentés azon igazságalapjainak száma, amelyek egyben „*r*” igazságalapjai is, úgy az *Irs*: *Ir* viszonyt az „*r*” kijelentés által „*s*” kijelentésnek kölcsönzött valószínűség mértékének nevezzük.

5.151

Vegyünk egy olyan sémát, mint amilyet fentebb, az 5.101 alatt közöltünk.

Legyen e sémában *Ir* az „*I*”-k száma *r* kijelentésben; *Irs* pedig azon „*I*”-k száma *s* kijelentésben, amelyek *r* kijelentés „*I*”-jeivel azonos oszlopban állnak. Úgy *r* kijelentés *Irs*: *Ir* valószínűséget kölcsönöz *s* kijelentésnek.

5.1511

Nincs olyan különleges tárgy, amely a valószínűségi kijelentések sajátos tárgya lenne.

5.152

Azokat a kijelentéseket, amelyek egyetlen közös igazságargumentummal sem rendelkeznek, egymástól függetleneknek nevezzük.

Két elemi kijelentés 1/2 valószínűséget kölcsönöz egymásnak.

Ha *p* következik *q*-ból, úgy a „*q*” kijelentés 1 valószínűséget kölcsönöz a „*p*” kijelentésnek. A logikai zárótétel bizonyossága a valószínűség egyik határesete.

(Alkalmazás a tautológia és az ellentmondás esetére.)

5.153

A kijelentés önmagában sem nem valószínű, sem nem valószínűtlen. Egy esemény bekövetkezik, vagy nem következik be, itt nincs középút.

5.154

Legyen egy urnában azonos számú fehér és fekete golyó (másféle pedig egy sem). Kihúzom az egyik golyót a másik után, és ismét visszateszem az urnába. Akkor kísérletileg megállapíthatom, hogy a kihúzott fekete és fehér golyók száma közeledik egymáshoz, ha a húzások folytatódnak.

Tehát ez nem matematikai tény.

Ha most azt mondom: egyforma a valószínűsége annak, hogy fehér vagy fekete golyót fogok kihúzni, akkor ez azt jelenti: az összes számomra ismeretes körülmény (a feltételesen elfogadott természeti törvényeket beleértve) nem kölcsönöz *több* valószínűséget az egyik esemény bekövetkezésének, mint a másik bekövetkezésének. Ez azt jelenti, hogy – amint ez a fentebbi magyarázatokból könnyen megérthető – mindegyiknek 1/2 valószínűséget kölcsönöz.

A kísérlet által én csak azt igazolom, hogy a két esemény bekövetkezése nem függ azoktól a feltételektől, amelyeket nem ismerek közelebbről.

5.155

A valószínűségi kijelentések egysége a következő: A feltételek amelyeket egyébként nem ismerek bővebben – egy meghatározott esemény bekövetkezésének a valószínűség ilyen és ilyen fokát kölcsönzik.

5.156

A valószínűség tehát általánosítás. Egy kijelentésforma általános leírását foglalja magában.

Csak a bizonyosság hiányában van szükségünk a valószínűségre. – Amikor nem ismerjük teljesen a tényt, de *valamit* tudunk formájáról. (Lehetséges ugyan, hogy a kijelentés nem teljes képe egy bizonyos tényállásnak, de mindig valamiféle teljes kép.)

A valószínűségi kijelentés úgyszólván más kijelentések kivonata.

5.2

A kijelentésstruktúrák belső viszonyban állnak egymással.

5.21

E belső viszonyokat a mi kifejezésmódunkban úgy domboríthatjuk ki, hogy a kijelentést egy művelet eredményeként ábrázoljuk, amely más kijelentésekből (a művelet bázisaiból) előállítja.

5.22

A művelet kifejezése azon viszonynak, amely eredményének és bázisainak struktúrái között áll fenn.

5.23

A művelet nem más, mint aminek egy kijelentéssel történnie kell, hogy egy másik kijelentést csináljunk belőle.

5.231

És ez, természetszerűen, függ a kijelentések belső tulajdonságaitól, formájuk belső hasonlóságaitól.

5.232

A belső viszony, amely egy sort elrendez, egyenértékű azzal a művelettel, amely létrehozza az egyik tagot a másikból.

5.233

Művelet csak ott léphet fel, ahol logikailag jelentőségteljes módon kijelentés jön létre egy másik kijelentésből. Tehát ott, ahol a kijelentés logikai konstrukciója megkezdődik.

5.234

Az elemi kijelentések igazságfüggvényei olyan műveletek eredményei, amelyeknek bázisát az elemi kijelentések alkotják. (Ezeket a műveleteket igazságműveleteknek nevezem.)

5.2341

p egy igazságfüggvényének értelme *p* értelmének függvénye. A tagadás, a logikai összeg, a logikai szorzat stb. stb. – mind műveletek. (A tagadás megfordítja a kijelentés értelmét.)

5.24

A művelet egy változóban mutatkozik meg; a változó mutatja azt, hogyan juthatunk el a kijelentések egy adott formájától egy másik formájukhoz. Kifejezésre juttatja a formák különbségét.

(És az, ami közös a művelet bázisai és eredménye közt, nem más, mint maguk a bázisok.)

5.241

A művelet nem a formát, hanem csakis a formák különbségét jellemzi.

5.242

Ugyanaz a művelet, amely „*p*”-ből „*q*”-t csinál, csinál „*q*”-ból „*r*”-t stb. Ez csak azáltal fejezhető ki, hogy „*p*”, „*q*”, „*r*” stb. változók, amelyek bizonyos formális viszonyokat juttatnak általánosan kifejezésre.

5.25

Egy művelet előfordulása nem jellemzi a kijelentés értelmét. Hiszen maga a művelet semmit sem állít, csak az eredménye, ez pedig függ a művelet bázisaitól.

(Nem szabad összetéveszteni egymással a műveletet és a függvényt.)

5.251

A függvény nem lehet saját magának argumentuma, de egy művelet eredménye e művelet bázisává válhat.

5.252

Csak így lehetséges tagról tagra előrehaladni egy formasorban (típusról típusra előrehaladni a Russell és Whitehead-féle hierarchiákban). (Russell és Whitehead nem ismerték el ennek az előrehaladásnak a lehetőségét, de mégis folyton felhasználták.)

5.2521

Egy műveletnek saját eredményére való ismételt alkalmazását szukcesszív alkalmazásnak nevezem („*M'M'M'a*” nem más, mint „ *M'* ξ ”-nek „*a*”-ra való háromszoros szukcesszív alkalmazása.)

Hasonló értelemben beszélek *több* műveletnek kijelentések meghatározott számára való szukcesszív alkalmazásáról.

5.2522

Valamely *a*, *M'a*, *M'M'a*, . . . formasor általános tagját tehát így írom: „[*a*, *x*, *M' x*]”. Ez a zárójeles kifejezés egy változó. A zárójeles kifejezés első tagja a formasor kezdete, a második a sor tetszőleges *x* tagjának formája, a harmadik pedig a sor közvetlenül *x* után következő tagjának formája.

5.2523

A művelet szukcesszív alkalmazásának fogalma az „és így tovább” fogalmával egyenértékű.

5.253

Egy művelet hatálytalaníthatja egy másik hatását. A műveletek megsemmisíthetik egymást.

5.254

A művelet eltűnhet (például a tagadás a „~ ~*p*”-ben; ~ ~*p* = *p*).

5.3

Valamennyi kijelentés az elemi kijelentéseken végzett igazságműveletek eredménye.

Az igazságművelet nem más, mint annak útja és módja, ahogy az elemi kijelentésekből az igazságfüggvény létrejön. Az igazságművelet lényegének megfelelően, ahogy az elemi kijelentésekből létrejön azok igazságfüggvénye, ugyanúgy keletkezik az igazságfüggvényekből egy új igazságfüggvény. Minden egyes igazságművelet az elemi kijelentések igazságfüggvényeiből megint az elemi kijelentések egy igazságfüggvényét állítja elő, azaz egy kijelentést. Az elemi kijelentésekkel végzett igazságműveletek eredményeivel végrehajtott bármely igazságművelet eredménye tehát az elemi kijelentésekkel végzett egyetlen igazságművelet eredményének is tekinthető.

Minden egyes kijelentés az elemi kijelentésekkel végzett igazságműveletek eredménye.

5.31

A 4.31 alatti sémáknak akkor is van jelentésük, ha „*p*, „*q*, „*r*” stb. nem elemi kijelentések. És könnyen belátható, hogy a 4.442 alatt található kijelentésjel akkor is az elemi kijelentések egy igazságfüggvényét fejezi ki, ha „*p*” és „*q*” elemi kijelentések igazságfüggvényei.

5.32

Minden igazságfüggvény az igazságműveletek elemi kijelentésekre való véges számú szukcesszív alkalmazásának eredménye.

5.4

Itt mutatkozik meg, hogy „logikai tárgyak", „logikai konstansok” (a Frege és Russell-féle értelemben) nincsenek.

5.41

Mert: az igazságfüggvényekkel végzett igazságműveletek mindazon eredményei, amelyek az elemi kijelentések egy és ugyanazon igazságfüggvényének felelnek meg, azonosak egymással.

5.42

Nyilvánvaló, hogy a ∨ , ⊃ stb. nem viszonyok abban az értelemben, mint a jobb és a bal stb.

Az a körülmény, hogy Frege és Russell logikai „alapjeleit” keresztbe lehet meghatározni, már mutatja, hogy ezek nem alapjelek, s még kevésbé jelölnek viszonyokat.

Az pedig nyilvánvaló, hogy az „⊃", amit a „~” és „∨” segítségével határozunk meg, azonos azzal, amit a „~”-vel együtt a „∨” meghatározására használunk, és hogy ez a „∨” azonos az elsővel. És így tovább.

5.43

Valóban, eleve alig hihető, hogy egyetlen *p* tényből végtelen sok *más* ténynek, mármint ~ ~*p*-nek, ~ ~ ~ ~*p*-nek stb. kell következnie. És nem kevésbé csodálatos, hogy a logika (a matematika) végtelen számú tétele féltucat „alaptörvényből” következik.

De a logika valamennyi kijelentése ugyanazt mondja. Mármint semmit.

5.44

Az igazságfüggvények nem materiális függvények.

Ha például egy állítás kettős tagadás segítségével állítható elő, akkor tartalmazza-e valamilyen értelemben a tagadást? Tagadja-e a „~ ~*p*” ~*p*-t, avagy állítja *p*-t, vagy mind a kettő?

A „~ ~*p*” kijelentés nem szól a tagadásról mint tárgyról, hanem a tagadás lehetősége már eleve el van döntve az állításban. Ha pedig lenne egy olyan tárgy, amelyet „~”-nek hívnak, úgy „~ ~*p*”-nek valami mást kellene mondania, mint „*p*”-nek. Ugyanis ebben az esetben az egyik kijelentés a ~ről szólna, a másik viszont nem.

5.441

A látszólagos logikai konstansoknak ez az eltűnése következik be akkor is, ha „~ (∃ *x*). ~*fx*” ugyanazt mondja, amit „(*x*).*fx*” vagy ha „(∃ *x*).*fx*.*x* = *a*” ugyanazt, mint „*fa*”.

5.442

Ha adva van egy kijelentés, akkor vele együtt már adva vannak mindazon igazságműveletek eredményei is, amelyeknek bázisát alkotja.

5.45

Ha vannak logikai alapjelek, akkor egy helyes logikának meg kell világítania ezek kölcsönös helyzetét, és igazolnia kell létüket. A logika alapjelekből való felépítettségének világossá kell válnia.

5.451

Ha a logikának vannak alapfogalmai, akkor ezeknek egymástól függetleneknek kell lenniük. Ha bevezetünk egy alapfogalmat, akkor be kell vezetnünk mindazon kapcsolatokban, amelyekben egyáltalán előfordul. Tehát nem lehet először az egyik, azután ismét egy másik kapcsolat számára bevezetni. Ha például bevezettük a tagadást, akkor már a „~*p*” formájú kijelentésekben ugyanúgy kell értenünk, mint az olyan kijelentésekben, amilyen a „~ (*p* ∨ *q*)", „(∃ *x*). ~*fx* stb. Nem vezethetjük be először az esetek egyik, azután egy másik osztálya számára, mert akkor kétséges maradna, azonos-e a jelentése mind a két esetben; és semmi alapunk sem lenne arra, hogy mindkét esetben a jelkapcsolatok ugyanazon fajtáját használjuk.

(Egyszóval, az alapjelek bevezetésére, mutatis mutandis, ugyanaz áll, mint amit Frege [*Grundgesetze der Arithmetik*] a jelek meghatározás révén történő bevezetéséről elmondott.)

5.452

Mindig következményekkel járó eseménynek kell lennie annak, ha a logika szimbolizmusába új segédeszközt vezetünk be. Egyetlen új segédeszközt (szimbólumot) sem szabad zárójelben vagy a jegyzetek között – hogy úgy mondjam, teljesen ártatlan képpel – vezetni be a logikába. (Így Russell és Whitehead *Principia Mathematicá*-jában szavakban megfogalmazott meghatározások és alapelvek fordulnak elő. Mit keresnek itt hirtelen szavak? Ez igazolást igényelne. Az igazolás hiányzik és hiányoznia is kell, mert valójában ez az eljárás nem megengedett.) Ha azonban új segédeszközök bevezetése egy helyen szükségesnek bizonyult,

akkor azonnal fel kell tenni a kérdést: Hol kell most már *mindig* használni e segédeszközt? Meg kell világítani a helyét a logikában.

5.453

A logikában előforduló számoknak igazolhatóaknak kell lenniük. Vagy inkább: ki kell derülnie annak, hogy a logikában nincsenek számok. Nincsenek kitüntetett számok.

5.454

A logikában nincs egymásmellettiség, nem lehetséges semmiféle osztályozás. A logikában nem lehetséges, hogy valami általánosabb, illetve különösebb legyen.

5.4541

A logikai kérdések megoldásainak egyszerűeknek kell lenniük, mivel ezek szabják meg az egyszerűség standardját. Mindig sejtették az emberek: léteznie kell a kérdések egy olyan területének, hogy az erre adott válaszok – a priori – szimmetrikusak legyenek, és egy zárt, szabályos alakulatban egyesüljenek.

Kell léteznie egy olyan területnek, amelyre igaz a megállapítás: simplex sigillum veri.[6]

5.46

Ha a logikai jeleket helyesen vezetnénk be, akkor ezáltal már valamennyi kombinációjuk értelmét is bevezetnénk; tehát nemcsak a „*p* ∨ *q*”t, hanem már a „~(*p* ∨ ~ *q*)”-t is stb. stb. S ezáltal már a zárójelek valamennyi lehetséges kombinációjának hatását is bevezettük volna. És ezáltal világossá válnék, hogy a tulajdonképpeni általános alapjeleket nem „*p* ∨ *q*” , „(∃ *x*).*fx*” stb. alkotják, hanem e jelek kombinációinak legáltalánosabb formája.

5.461

Nagy jelentősége van annak a látszólag lényegtelen ténynek, hogy a logikai látszatviszonyok, mint a ∨ és a ⊃ , a valódi viszonyokkal ellentétben zárójeleket igényelnek. A zárójelek használata e látszólagos alapjelek mellett már utal arra, hogy ezek nem a valódi alapjelek. Hiszen feltehetőleg senki sem fogja azt hinni, hogy a zárójelek önálló jelentéssel rendelkeznek.

5.4611

A logikai műveletek jelei interpunkciók.

5.47

Világos, hogy mindannak, ami valamennyi kijelentés formájáról egyáltalán elmondható, *előre* és *egyszerre* elmondhatónak is kell lennie. Mert már az elemi kijelentés tartalmazza az összes logikai műveletet. Ugyanis „*Fa*” ugyanazt mondja, mint „(∃ *x*).*fx*.*x* = *a*”.

Ahol összetétellel találkozunk, ott függvény és argumentum is van, ahol pedig ezek vannak, ott már jelen vannak a logikai konstansok is. Azt mondhatnánk: az egyedüli logikai konstans az, ami közös, természetüknek megfelelően, *valamennyi* kijelentésben. Ez viszont nem más, mint az általános kijelentésforma.

5.471

Az általános kijelentésforma a kijelentés lényege.

5.4711

Megadni a kijelentés lényegét annyit tesz, mint megadni minden leírás lényegét, tehát a világ lényegét.

5.472

A legáltalánosabb kijelentésforma leírása a logika egyetlen és egyedüli általános alapjelének leírása.

5.473

A logikának magának kell gondoskodnia magáról. Egy *lehetséges* jelnek jelölni is kell tudnia valamit. Mindaz, ami a logikában lehetséges, egyben megengedett is. (A „Szókratész azonos” azért nem jelent semmit, mert nincs olyan tulajdonság, amelyet „azonosnak” neveznének. A kijelentés azért értelmetlen mert előzőleg nem vezettünk be egy önkényes meghatározást, de nem azért, mintha a szóban forgó szimbólum önmagában véve lenne nem megengedett.)

A logikában, bizonyos értelemben, nem tévedhetünk.

5.4731

A nyilvánvalóság (evidencia), amelyről Russell oly sokat beszélt, csak úgy válhat nélkülözhetővé a logikában, hogy a nyelv maga minden logikai hibát megakadályoz. – A logika a priori volta abban áll, hogy nem *lehet* nem logikailag gondolkodni.

5.4732

A jelnek nem adhatunk hibás értelmet.

5.47321

Occam tétele természetesen nem önkényes vagy gyakorlati siker által igazolt szabály: egyszerűen azt mondja, hogy a *nem szükséges* jelegységek semmit sem jelentenek.

Azok a jelek, amelyek egy célt szolgálnak, logikailag egyenértékűek; azok a jelek, amelyek *semmiféle* célt sem szolgálnak, logikailag jelentésnélküliek.

5.4733

Frege azt mondja: minden szabályszerűen felépített kijelentésnek értelemmel kell rendelkeznie; én pedig azt mondom: minden lehetséges kijelentés szabályszerűen van felépítve, és ha nincs értelme, akkor ez csak azon múlhat, hogy valamelyik alkotórészének mi semmiféle jelentést sem kölcsönöztünk. (Még akkor sem, ha úgy hisszük, hogy megtettük ezt.)

Tehát a „Szókratész azonos” azért nem mond semmit, mert *semmiféle* jelentést sem kölcsönöztünk az „azonos” szónak mint *melléknév*nek. Mert amikor e szó az azonosság jeleként szerepel, akkor teljesen más módon szimbolizál – a jelölési viszony más –, tehát a szimbólum is mindkét esetben teljesen különböző; csupán a jel az, ami a két szimbólumban véletlenül közös.

5.474

A szükséges alapműveletek száma *kizárólag* jelrendszerünktől függ.

5.475

Ez pusztán egy bizonyos számú dimenzióval bizonyos matematikai sokasággal – rendelkező jelrendszer felépítésének kérdése.

5.476

Világos, hogy itt nem *bizonyos számú alapfogalomról* van szó, amelyeket meg kellene jelölni, hanem egy szabály kifejezéséről.

5.5

Minden egyes igazságfüggvény a (*I*) (ξ , ...) művelet elemi kijelentésekre való szukcesszív alkalmazásának eredménye.

Ez a művelet tagadja a jobb oldali zárójelben levő összes kijelentést, és én e kijelentések tagadásának nevezem.

5.501

Azt a zárójeles kifejezést, amelynek tagjai kijelentések – ha a zárójelben levő tagok sorrendje közömbös –, „(ξ)” formájú jellel jelzem. A „ξ” egy változó, amelynek értékei a zárójeles kifejezés tagjai, a felette levő vonal pedig azt jelzi,

hogy a változó a zárójelben szereplő összes értéket képviseli. (Ha tehát ξ-nek például 3 értéke van: *P, Q, R,* akkor (ξ) = (*P, Q, R*).

A változó értékeit megállapítjuk. E megállapítás azon kijelentések leírása, amelyeket a változó képvisel. Hogy a zárójeles kifejezés tagjainak leírása miként történik, az lényegtelen.

A leírás háromféle módját *lehet* megkülönböztetni: 1. A közvetlen felsorolás. Ebben az esetben a változó helyébe egyszerűen a konstans értékeit tehetjük. 2. Egy olyan *fx* függvény megadása, amelynek értékei *x* minden értéke számára a leírandó kijelentések lesznek. 3. Olyan formális törvény megadása, amely szerint e kijelentések felépültek. Ebben az esetben a zárójeles kifejezés tagjai egy normasor összes tagjai lesznek.

5.502

Így „(I) (ξ , ...)” helyett „*N*(ξ)”t írok. *N*(ξ) ξ kijelentésváltozó összes értékének együttes tagadása.

5.503

Mivel nyilvánvalóan könnyen kifejezhető, hogyan lehet e művelet segítségével kijelentéseket képezni, s hogyan nem szabad kijelentéseket képezni vele, szükséges, hogy erre szabatos kifejezést is nyerhessünk.

5.51

Ha ξ nek csak egy értéke van, úgy *N*(ξ) = ~*p* (nem *p*), ha két értéke, akkor *N*(ξ) = ~*p*. ~*q* (sem *p*, sem *q*).

5.511

Hogyan élhet az egyetemes, egész világot visszatükröző logika ilyen speciális fogásokkal és manipulációkkal? Csak azért, mert mindezek egy végtelenül finom hálóba, abba a hatalmas tükörbe kapcsolódnak össze.

5.512

„~*p*” igaz, ha „*p*” hamis. Tehát a „~*p*” igaz kijelentésben a „*p*” egy hamis kijelentés. Hogyan képes mármost a „ ~ „ vonás ezt a valósággal megfelelésbe

hozni?

De az, ami a „~*p*”-ben a tagadást végzi, az nem a „ ~ „, hanem az a valami, ami közös e jelrendszer minden olyan jelében, amely tagadja a *p*-t. Tehát az a közös szabály, amely szerint „ „~*p*”, „~ ~ ~*p*”,„ ~*p* ∨ ~*p*”, „~*p*. ~*p*” stb. stb. (ad inf.) felépül. És ez a közös valami tükrözi vissza a tagadást.

5.513

Azt mondhatnánk: Mindazon szimbólumokban, amelyek mind *p*-t, mind *q*-t állítják, a „*p*. *q*” kijelentés a közös. Mindazon szimbólumokban, amelyek vagy *p*-t, vagy *q*-t állítják, a „*p* ∨ *q*” kijelentés a közös.

És hasonlóképp azt mondhatjuk: Két kijelentés akkor mond ellent egymásnak, ha semmi sem közös bennük. Továbbá: Minden kijelentésnek csak egy negatívuma van, minthogy csak egy olyan kijelentés létezik, amelyik teljesen rajta kívül fekszik.

Így a Russell-féle jelölésben is megmutatkozik, hogy „*q*: *p* ∨ ~*p*” ugyanazt mondja, mint „*q*”, s hogy „*p* ∨ ~*p*” semmit sem mond.

5.514

Ha a jelrendszer rögzítve van, akkor tartalmaz egy szabályt, amely szerint az összes *p*-t tagadó kijelentést kell képezni, továbbá egy szabályt, amely szerint az összes *p*-t vagy *q*-t állító kijelentést kell képezni stb. E szabályok a szimbólumokkal egyenértékűek, s ezek értelme tükröződik vissza bennük.

5.515

Szimbólumainkban meg kell mutatkoznia, hogy mindannak, amit a „∨”, „.” stb. összeköt egymással, kijelentésnek kell lennie.

S valóban ez az eset áll fenn, hiszen a „*p*” és „*q*” szimbólumok már maguk feltételezik a „∨ "t, a „~ „=t stb. Ha „*p* ∨ *q*”-ban a „*p*” jel nem összetett jelet helyettesít, akkor nem lehet értelme egymagában; de akkor a „*p*”-vel azonos értelmű „*p* ∨ *p*”, „*p*. *p*” stb. jeleknek sem lehet semmiféle értelme. Ha viszont „*p* ∨ *p*”-nek nincs értelme, úgy „*p* ∨ *q*”-nak sem lehet semmiféle értelme.

5.5151

Vajon elkerülhetetlen, hogy a negatív kijelentés jelét a pozitív kijelentés jelének segítségével képezzük? Miért ne lehetne a negatív kijelentést egy negatív tény segítségével kifejeznünk? (Valahogy így: Ha „*a*” nem áll „*b*”-vel egy adott viszonyban, akkor ez kifejezhetné azt, hogy a Rb esete nem áll fenn.) De hiszen közvetve itt is pozitív kijelentés segítségével képezzük a negatívat.

A pozitív *kijelentésnek* fel kell tételeznie a negatív *kijelentés* létét, és fordítva.

5.52

Ha ξ értékei megegyeznek valamely *fx* függvény *x* összes értéke által meghatározott minden értékével, akkor *N*(ξ) = ~ (∃ *x*).*fx*.

5.521

A *minden* fogalmát elválasztom az igazságfüggvénytől. Frege és Russell az általánosságot a logikai szorzattal vagy a logikai összeggel kapcsolatban vezette be. Ily módon nehezen lehetett megérteni a „(∃ *x*).*fx*” és a „*x*.*fx*” kijelentéseket, amelyek mind a két eszmét magukba foglalják.

5.522

Az általánosság jelölésének sajátossága először is az, hogy egy logikai prototípusra utal, másodszor pedig az, hogy konstansokat emel ki.

5.523

Az általánosság jele argumentumként szerepel.

5.524

Ha adva vannak a tárgyak, akkor ezáltal már az összes tárgy is adva van számunkra.

Ha adva vannak az elemi kijelentések, akkor ezáltal már az *összes* elemi kijelentés is adva van számunkra.

5.525

Helytelen a „(∃ *x*).*fx*” kijelentést – ahogy azt Russell teszi – így adni vissza szavakban: „*fx lehetséges*”.

Valamely helyzet bizonyosságát, lehetőségét vagy lehetetlenségét nem kijelentés fejezi ki, hanem az, hogy tautológia, értelemmel bíró kijelentés avagy ellentmondás-e a megfelelő kifejezés.

Annak a precedensnek, amelyre mindig hivatkozni szeretnek, már magában a szimbólumban kell jelen lennie.

5.526

A világot hiánytalanul le lehet írni teljesen általánosított kijelentések segítségével, azaz anélkül, hogy előzetesen valamilyen nevet egy meghatározott tárgyhoz hozzárendelnénk.

Hogy azután eljussunk a szokásos kifejezésmódhoz, egyszerűen hozzá kell tennünk valamely „egy és csak egy olyan *x* van, hogy...” kifejezés után: És

ez az *x* nem más, mint *a*.

5.5261

A teljesen általánosított kijelentés, az összes többi kijelentéshez hasonlóan, összetett. (Ez abban látszik, hogy „(∃ *x*, ϕ).ϕ *x*”ben külön kell megemlítenünk ϕ -t és „*x*”et. Ezek ketten egymástól függetlenül állnak jelölési viszonyban a világgal, akárcsak a nemáltalánosított kijelentésben.)

Az összetett szimbólum jellemzője: van benne valami, ami közös *más* szimbólumokkal.

5.5262

Minden kijelentés igazsága vagy hamissága változtat valamit a világ általános felépítésén. És az a mozgástér, amelyet az elemi kijelentések összessége e felépítés számára meghagy, azonos azzal, amelyet a teljesen általános kijelentések elhatárolnak.

(Ha igaz egy elemi kijelentés, akkor ezáltal mindenesetre eggyel több kijelentés igaz.)

5.53

A tárgyak azonosságát a jel azonosságával fejezem ki, nem pedig azonosságjel segítségével. A tárgyak különbözőségét a jelek különbségével.

5.5301

Nyilvánvaló, hogy az azonosság nem tárgyak közti viszony. Ez igen világossá válik, ha szemügyre vesszük például a „(*x*):*fx*. ⊃ .*x* = *a*” kijelentést. E kijelentés egyszerűen azt mondja, hogy *kizárólag a* elégíti ki az *f* függvényt, és nem azt, hogy *csak* azok a dolgok elégítik ki az *f* függvényt, amelyek *a*-val meghatározott viszonyban állnak.

Valaki persze most azt mondhatná, hogy *kizárólag* a áll ebben a viszonyban *a*-val, de ennek kifejezéséhez már magára az azonosságjelre lenne szükségünk.

5.5302

Az „=” Russell-féle meghatározása nem kielégítő, mert e meghatározás szerint nem lehet azt mondani, hogy két tárgy valamennyi tulajdonsága közös. (S még ha e kijelentés sohasem helyes, akkor is van *értelme*.)

5.5303

Hozzávetőlegesen mondva: *Két* tárgyról azt mondani, hogy azonos – értelmetlenség; és egy tárgyról mondani azt, hogy azonos önmagával,

annyi, mint semmit sem mondani.

5.531

Tehát nem „*f*(a, *b*).*a*= *b*”t írok, hanem „*f*(*a*, *a*)”t, (vagy „*f*(*b*, *b*)”t). És nem „*f*(*a*, *b*).~*a* = *b*”t, hanem „*f*(*a*,*b*)”t.

5.532

És hasonlóképp: Nem „(∃ *x*, *y*). *f*(*x*, *y*). *x*=y”, hanem „(∃ *x*) *f*(*x*, *x*)”, és nem „(∃ *x*, *y*). *f*(*x*, *y*).~*x* = *y*”, hanem „(∃ *x*, *y*). *f*(*x*, *y*)”.

(Tehát a Russell-féle „(∃ *x*, *y*) *f*(*x*, *y*)” helyett: „(∃ *x*, *y*). *f*(*x*, *y*). ∨ .(∃ *x*).J(*x*, *x*)”.)

5.5321

Tehát „(*x*) *fx*⊃ *x* = a” helyett például a következőt írjuk: „(∃ *x*).*fx*. ⊃ .fa: ~ (∃ *x*, *y*).*fx*.*fy*”.

És a „csak egy *x* elégíti ki *f*( )t” kijelentés így hangzik: „(∃ *x*).*fx*: ~ (∃ *x*, *y*).*fx*.*fy*”.

5.533

Tehát az azonosságjel nem lényegi alkotórésze a logikai szimbolikának.

5.534

És most már látjuk, hogy az olyan látszatkijelentések, mint: „*a* = *a*”, „*a* = *b*.*b* =*c*. ⊃ *a* = *c*”, „(*x*). *x* = *x*”, „(∃ *x*). *x* = *a*” stb., a helyes logikai szimbolikában egyáltalán le sem írhatók.

5.535

Ezzel egyben elintézést nyernek mindazok a problémák, amelyek az ilyen látszatkijelentésekhez fűződtek.

Már itt meg kell oldódniok mindazoknak a problémáknak, amelyeket a Russell-féle „axiom of infinity” maga után von. Az, amit a végtelenségi axióma kifejezni szándékozik, azáltal nyerne kifejezést a nyelvben, ha végtelen sok, eltérő jelentéssel bíró név léteznék.

5.5351

Vannak bizonyos esetek, amikor az ember kísértésbe jön, hogy „*a* = *a*” vagy „*p* ⊃ *p*” és más hasonló formájú kifejezéseket használjon. Mégpedig olyankor, amikor a prototípusról: kijelentésről, dologról stb. szeretne beszélni. Így Russell a *Principles of Mathematics*-ben ezt az értelmetlenséget: „*p* egy kijelentés” szimbolikusan a „*p*⊃ *p*” kifejezés segítségével adta vissza, és hipotézisként bizonyos kijelentések elé

helyezte, hogy ezeknek argumentumhelyeit csak kijelentésekkel lehessen betölteni.

(A $p \supset p$ hipotézist egy kijelentés elé helyezni abból a célból, hogy ezáltal megfelelő formájú argumentumokat biztosítsunk számára, már csak azért is értelmetlenség, mert a hipotézis egy argumentumként fellépő nemkijelentés esetében nem hamissá, hanem értelmetlenné válik, és mert maga a kijelentés a nem megfelelő fajtájú argumentumok révén szintén értelmetlenné válik. Tehát maga a kijelentés éppoly jól – vagy éppoly rosszul – óvja magát a nem megfelelő argumentumoktól, mint az e célból hozzácsatolt, értelemnélküli hipotézis.)

5.5352

Hasonlóképpen akarták egyesek a „Nincsenek *dolgok*”at a „$\sim(\exists x). x = x$” által kifejezni. De még ha ez kijelentés lenne is, vajon nem lenne igaz akkor is, ha ugyan „lennének dolgok”, de ezek nem lennének azonosak önmagukkal?

5.54

Az általános kijelentésformában kijelentés csak igazságműveletek bázisaként fordulhat elő kijelentésben.

5.541

Első pillantásra úgy látszik, mintha a kijelentés másféleképpen is előfordulhatna egy másik kijelentésben. Kiváltképpen a pszichológia egyes kijelentésformáiban: „*A* azt hiszi, hogy *p* esete áll fenn”, vagy „*A* azt gondolja, hogy *p*” stb. Mert felületesen nézve, itt úgy látszik, mintha a *p* kijelentés valamiféle viszonyban állna az *A* tárggyal. (És a modern ismeretelméletben – Russell, Moore stb. – így is fogták fel ezeket a kijelentéseket.)

5.542

De világos, hogy az „A azt hiszi, hogy *p*”, „A azt gondolja, hogy *p*”, „*A* azt mondja, hogy *p*” olyan formájúak, mint „»*p*» azt mondja, hogy *p*”: És itt nem tény és tárgy egymáshoz rendeléséről van szó, hanem tények egymáshoz rendeléséről – tárgyaik egymáshoz rendelésén keresztül.

5.5421

Ez egyben mutatja, hogy a lélek – a szubjektum stb. –, ahogy a mai felszínes pszichológiában felfogják, képtelenség. Mert egy összetett lélek egyáltalán nem lenne lélek többé.

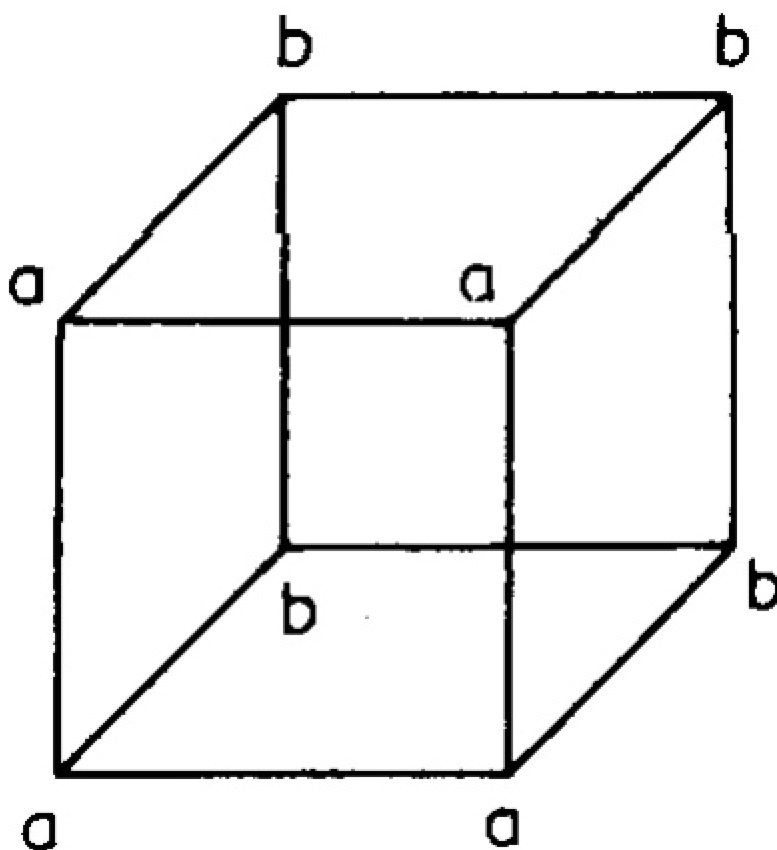
5.5422

Az „*A* úgy ítéli, hogy *p*” kijelentés helyes magyarázatának meg kell mutatnia, hogy értelmetlenségről nem lehet ítéletet mondani. (Russell elmélete nem tesz eleget ennek a feltételnek.)

5.5423

Egy komplexust észlelni annyi, mint észlelni azt, hogy alkotórészei így és így viszonyulnak egymáshoz.

Ez alkalmasint megmagyarázza azt is, hogy ezt az ábrát:



kétféle módon lehet kockának látni; megmagyarázza továbbá az összes hasonló jelenséget. Ugyanis valójában két különböző tényt látunk. (Ha először az *a* csúcsokra nézek, és csak futólag a *b* csúcsokra, úgy *a* látszik az előtérben állónak, és fordítva.)

5.55

Most a priori választ kell adnunk az elemi kijelentések összes lehetséges formájára vonatkozó kérdésre. Az elemi kijelentések nevekből állnak. Minthogy azonban a különböző jelentéssel rendelkező nevek számát nem

tudjuk megadni, nem tudjuk megadni az elemi kijelentések összetételét sem.

5.551

Alapelvünk a következő: Mindazon kérdéseknek, amelyek egyáltalán eldönthetőek a logika segítségével, minden további nélkül eldönthetőeknek kell lenniük.

(És ha abba a helyzetbe kerülünk, hogy egy ilyen problémát a világ szemügyre vételével kell megválaszolnunk, úgy ez azt mutatja, hogy alapjában hibás nyomon járunk.)

5.552

A „tapasztalat”, amelyre a logika megértéséhez szükségünk van, nem az, hogy így és így áll valami, hanem az, hogy valami *van*: ez azonban *egyátalán nem* tapasztalat.

A logika minden tapasztalatot *megelőz*. – mármint azt, hogy valami *így* van. A Hogyan előtt van, nem a Mi előtt.

5.5521

S ha ez nem így lenne, hogyan alkalmazhatnánk a logikát? Úgy is mondhatnánk: ha lenne logika, még ha nem létezik is a világ, akkor hogyan lehetne logika, amikor létezik a világ.

5.553

Russell azt mondta, hogy egyszerű viszonyok állnak fenn különböző számú dolgok (egyedek) között. De milyen számúak közt? És hogyan kell ezt eldönteni? A tapasztalat segítségével?

(Nincs kitüntetett szám.)

5.554

Bármelyik speciális formát adnánk meg, ez teljesen önkényes lenne.

5.5541

A priori megadhatónak kell lennie annak, vajon juthatok-e például abba a helyzetbe, hogy egy 27 jegyű viszony jelével kelljen jelölnöm valamit.[7]

5.5542

De szabad-e egyáltalán így kérdeznünk? Felállíthatunk-e egy jelformát anélkül, hogy tudnánk, megfelelhet-e neki valami? Van-e értelme a kérdésnek: Minek kell *lennie*, hogy valaminek az esete fennállhasson?

5.555

Világos, hogy – sajátos logikai formájától eltekintve – van fogalmunk az elemi kijelentésről.

Viszont ahol egy rendszernek megfelelően építhetőek fel a szimbólumok, ott ez a rendszer az, ami logikailag fontos, nem pedig az egyes szimbólum. S hogyan lenne lehetséges, hogy a logikában olyan formákkal legyen dolgom, amelyeket magam találhatok fel. Kell hogy valami olyasmivel legyen dolgom a logikában, ami lehetővé teszi számomra, hogy feltaláljam a szimbólumokat.

5.556

Az elemi kijelentések formáinak hierarchiája nem létezhetik. Csak azt láthatjuk előre, amit magunk konstruálunk.

5.5561

A tapasztalati valóságot a tárgyak összessége korlátozza.

A határ az elemi kijelentések összességében mutatkozik meg ismét.

A hierarchiák függetlenek a valóságtól, és függetleneknek is kell lenniük tőle.

5.5562

Ha tisztán logikai alapokból kiindulva tudjuk, hogy létezniük kell elemi kijelentéseknek, akkor ezt tudnia kell mindenkinek, aki elemzetlen formájukban megérti a kijelentéseket.

5.5563

Köznapi nyelvünk valamennyi kijelentése ténylegesen, úgy ahogy van, logikailag teljesen rendezett – Az a legegyszerűbb valami, amit nekünk itt közölnünk kell, nem hasonmása az igazságnak, hanem a teljes igazság maga. (A mi problémáink nem absztraktak, hanem talán valamennyi közt a legkonkrétabbak.)

5.557

A logika *alkalmazása* dönt arról, milyen elemi kijelentések vannak. Azt, ami az alkalmazásban rejlik, a logika nem láthatja előre.

Világos: a logika nem juthat összeütközésbe a saját alkalmazásával. De a logikának érintkeznie kell alkalmazásával. Tehát a logika és alkalmazása nem fedhetik át egymást.

5.5571

Ha nem lehet a priori megadnom az elemi kijelentéseket, úgy nyilvánvaló értelmetlenséghez kell vezetnie annak, hogy meg akarom adni őket.

5.6

Nyelvem határai világom határait jelentik.

5.61

A logika betölti a világot; a világ határai az ő határai is. Tehát a logikában nem mondhatjuk: ez és ez van a világon, az pedig nincs. Ez ugyanis látszólag feltételezné, hogy kizárunk bizonyos lehetőségeket, és ennek esete nem állhat fenn, mert egyébként a logikának túl kellene jutnia a világ határain – tudniillik, hogy ezeket a határokat a másik oldalról is szemlélhesse.

Amit nem tudunk elgondolni, azt nem tudjuk gondolni; tehát *mondani* sem tudjuk azt, amit nem tudunk elgondolni.

5.62

Ez a megjegyzés a kulcsa azon kérdés eldöntésének, milyen mértékben igazság a szolipszizmus.

Ugyanis az, amire a szolipszizmus *utal*, teljesen helyes, csakhogy ezt nem lehet *mondani*, hanem ez megmutatkozik.

Az, hogy a világ az *én* világom, abban mutatkozik meg, hogy *a* nyelv határai (a nyelvé, amelyet egyedül én értek) az én világom határait jelentik.

5.621

A világ és az élet egyek.

5.63

Én vagyok az én világom. (A mikrokozmosz.)

5.631

A gondolkodó, képzelő szubjektum – ilyen nincs.

Ha egy könyvet írnék: „A világ, ahogy én találtam”, akkor ebben be kellene számolnom testemről, és meg kellene mondanom, mely tagok engedelmeskednek akaratomnak, s melyek nem stb. Ez ugyanis módszer a szubjektum elkülönítésére, vagy inkább annak megmutatására, hogy bizonyos lényeges értelemben nincs szubjektum: ugyanis egyedül róla *nem* lehetne szó e könyvben.

5.632

A szubjektum nem tartozik a világhoz, de ő a világ határa.

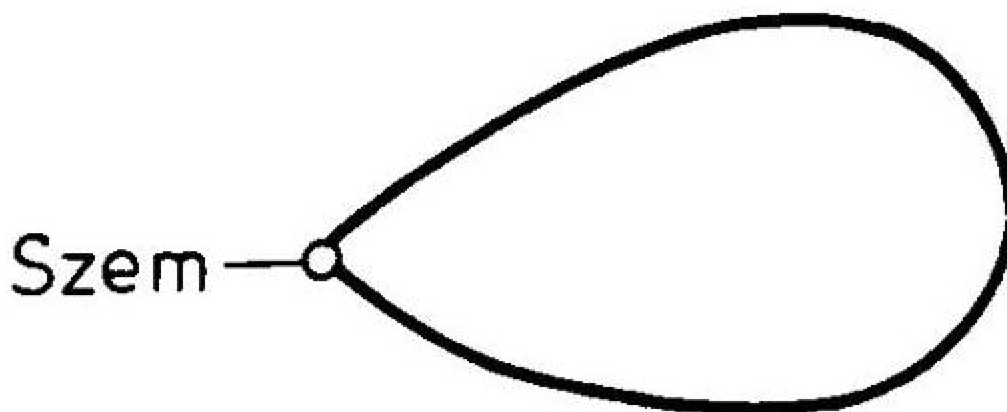
5.633

Hol figyelhető meg a világban metafizikai szubjektum? Azt mondod, ugyanúgy áll a dolog, mint a szemmel és a látótérrel. De a szemet valóban nem látod.

5.6331

És a *látótérben* nincs semmi, ami arra engedne következtetni, hogy valamilyen szemből látszik.

Mert a látótér nem ilyen alakú:



5.634

Ez azzal függ össze, hogy tapasztalatunk egyetlen része sem a priori egyben.

Mindaz, amit látunk, másképpen is lehetne. Mindaz, amit egyáltalán leírhatunk, másképpen is lehetne. A dolgoknak nincs a priori rendjük.

5.64

Itt látszik meg, hogy a szigorúan végigvitt szolipszizmus egybeesik a tiszta realizmussal. A szolipszizmus Énje kiterjedés nélküli ponttá zsugorodik össze, a hozzá koordinált valóság pedig megmarad.

5.641

Tehát valóban van olyan értelem, amelyben nempszichológiailag beszélhetünk az Énről a filozófiában. Az Én azáltal lép be a filozófiába, hogy a „világ az én világom”.

A filozófiai Én nem az ember, nem az emberi test vagy az emberi lélek, amellyel a pszichológia foglalkozik, hanem a metafizikai szubjektum, ami határa, nem pedig része a valóságnak.

6

Az igazságfüggvény általános formája a következő: $[p, \xi \,.\, N(\xi)]$.

Ez a kijelentés általános formája.

6.001

Ez nem mond semmi mást, csupán azt, hogy minden kijelentés az $N'(\xi)$ művelet elemi kijelentésekre való szukcesszív alkalmazásának eredménye.

6.002

Ha a kijelentés felépítésének általános formája adott, akkor ezzel már adva van annak általános formája is, ahogy az egyik kijelentésből valamely művelet segítségével egy másik kijelentést előállíthatunk.

6.01

Tehát az $\Omega\,'(\eta)$ művelet általános formája a következő:

$[\xi , N(\xi)]' (\eta) (= [\eta , \xi , N(\xi)])$.

Ez az egyik kijelentésről a másikra való átmenet legáltalánosabb formája.

6.02

És *így* jutunk el a számokhoz: Meghatározom:

$x = \Omega\, 0'\, x$ Def. és

$\Omega\,'\Omega\, v'\, x = \Omega\, v{+}1'\, x$ Def.

E szimbolikai szabálynak megfelelően az x, $\Omega\,'\,x$, $\Omega\,'\Omega\,'\,x$, $\Omega\,'\Omega\,'\Omega\,'\,x$, . . . sort így írhatjuk: $\Omega\, 0'\, x$, $\Omega\, 0{+}1'\, x$, $\Omega\, 0{+}1{+}1'\, x$, $\Omega\, 0{+}1{+}1{+}1'\, x$, ...

Tehát „$[x, \xi , \Omega\,'\xi]$” helyett ezt írom:

„$[\Omega\, 0'\, x, \Omega\, v'\, x, \Omega\, v{+}1'\, x]$” És meghatározom:

$0 + 1 = 1$ Def.

$0 + 1 + 1 = 2$ Def.

0 + 1 + l + l = 3 Def. Stb.

6.021

A szám egy művelet kitevője.

6.022

A számfogalom semmi más, mint az, ami közös minden számban, a szám általános formája.

A számfogalom – a változószám. A számok egyenlőségének fogalma pedig valamennyi különös számegyenlőség általános formája.

6.03

Az egész szám általános formája a következő: $[0, \xi , \xi + 1]$.

6.031

Az osztályok elmélete teljesen felesleges a matematikában.

Ez összefügg azzal, hogy az általánosság, amelyre nekünk a matematikában

szükségünk van, nem *véletlen* jellegű.

6.1

A logika kijelentései tautológiák.

6.11

Tehát a logika kijelentései semmit sem mondanak.

(Ezek az analitikus kijelentések.)

6.111

Azok az elméletek, amelyek megengedik, hogy a logika valamely kijelentése tartalmasnak tűnjék, mindig hamisak. Például valaki azt hihetné, hogy az „igaz” és „hamis” szavak két tulajdonságot jelölnek más tulajdonságok közt, s akkor figyelemreméltó ténynek tűnne fel, hogy minden kijelentés rendelkezik ezen tulajdonságok egyikével. Márpedig ez egyáltalán nem látszik magától értetődőnek. Éppoly kevéssé magától értetődő, ahogy nem az például a „Minden rózsa vagy fehér, vagy piros” kijelentés, még ha igaz lenne is. Valójában kijelentésünk így már teljesen olyan jelleget ölt, mint egy természettudományos kijelentés, és ez a biztos ismertetőjele annak, hogy hamisan értelmeztük.

6.112

A logikai kijelentések helyes magyarázatának egyedülálló helyet kell biztosítania számukra minden más kijelentés között.

6.113

A logikai kijelentések sajátos ismertetőjele, hogy igazságuk egymagából a szimbólumból felismerhető, és ez a tény a logika egész filozófiáját magában rejti. És így a legfontosabb tények egyike az is, hogy a nemlogikai kijelentések igazságát vagy hamisságát *nem* lehet egymagából a kijelentésből felismerni.

6.12

Az a körülmény, hogy a logika kijelentései tautológiák, a nyelv, a világ formális logikai tulajdonságait *mutatja*. Az, hogy alkotórészei így összekötve tautológiát eredményeznek, jellemzi alkotórészeinek logikáját.

Ahhoz, hogy bizonyos módon összekapcsolt kijelentések tautológiát eredményezzenek, bizonyos strukturális tulajdonságokkal kell rendelkezniük. Az, hogy így összekötve tautológiát eredményeznek, mutatja tehát, hogy valóban rendelkeznek ezekkel a strukturális tulajdonságokkal.

6.1201

Például az, hogy a „*p*” és „~*p*” kijelentések a „~ (*p*. ~*p*)” kapcsolatban tautológiát eredményeznek, mutatja azt, hogy ezek ellentmondanak egymásnak.

Az, hogy a „*p* ⊃ *q*”, „ *p*” és „*q*” kijelentések „(*p* ⊃ *q*).(*p*): ⊃ :(*q*)” formába összekötve tautológiát eredményeznek, mutatja azt, hogy *q* következik *p* és *p* ⊃ *q*-ból. Az, hogy „(*x*).*fx*: ⊃ :*fa*” tautológia, mutatja azt, hogy *fa* következik (*x*).*fx*ből stb. stb.

6.1202

Világos, hogy ugyanerre a célra tautológiák helyett ellentmondásokat is alkalmazhatnánk.

6.1203

Hogy egy tautológiát mint olyat felismerjünk, a következő, szemléletes módszert alkalmazhatjuk, ha a tautológiában az általánosság jele nem fordul elő: „*p*”, „*q*”, „*r*” stb. helyett „*IpH*”-t, „*IqH*”-t, „*IrH*”-t stb. írok. Az igazságkombinációkat zárójelekkel fejezem ki. Például:



Az egész kijelentés igazságának vagy hamisságánál az igazságargumentumok igazságkombinációihoz való hozzárendelését pedig vonalakkal jelölöm, a következőképpen:

H

I p H I q H

I

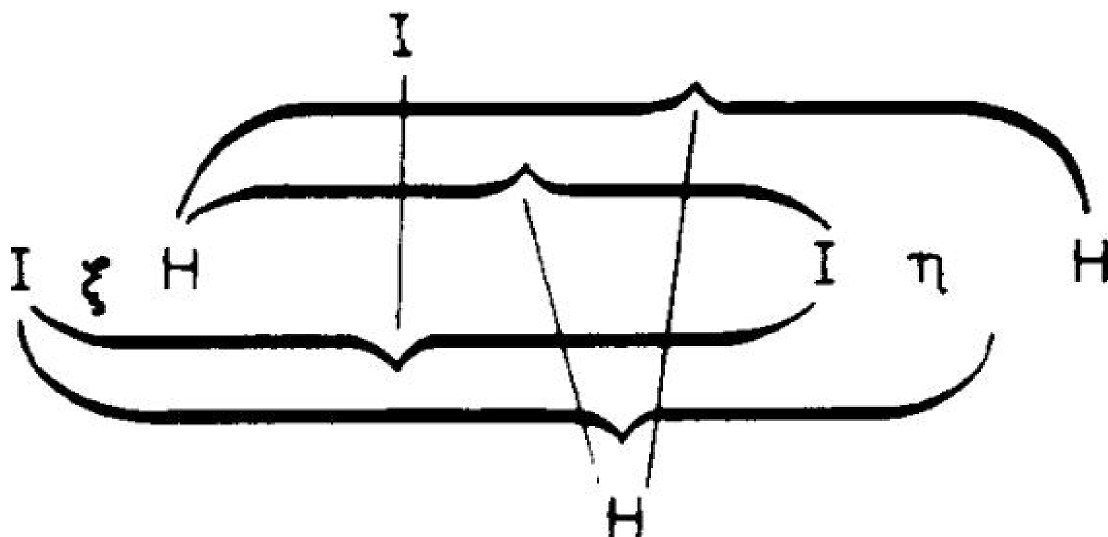
Ez a jel például a *p* ⊃ *q* kijelentést ábrázolja. Most ennek alapján azt akarom például vizsgálni, vajon a ~(*p* . ~*p*) kijelentés (az ellentmondás törvénye) tautológia-e. A mi jelölésünkben a „~ξ ” formát a következőképpen írjuk:

I

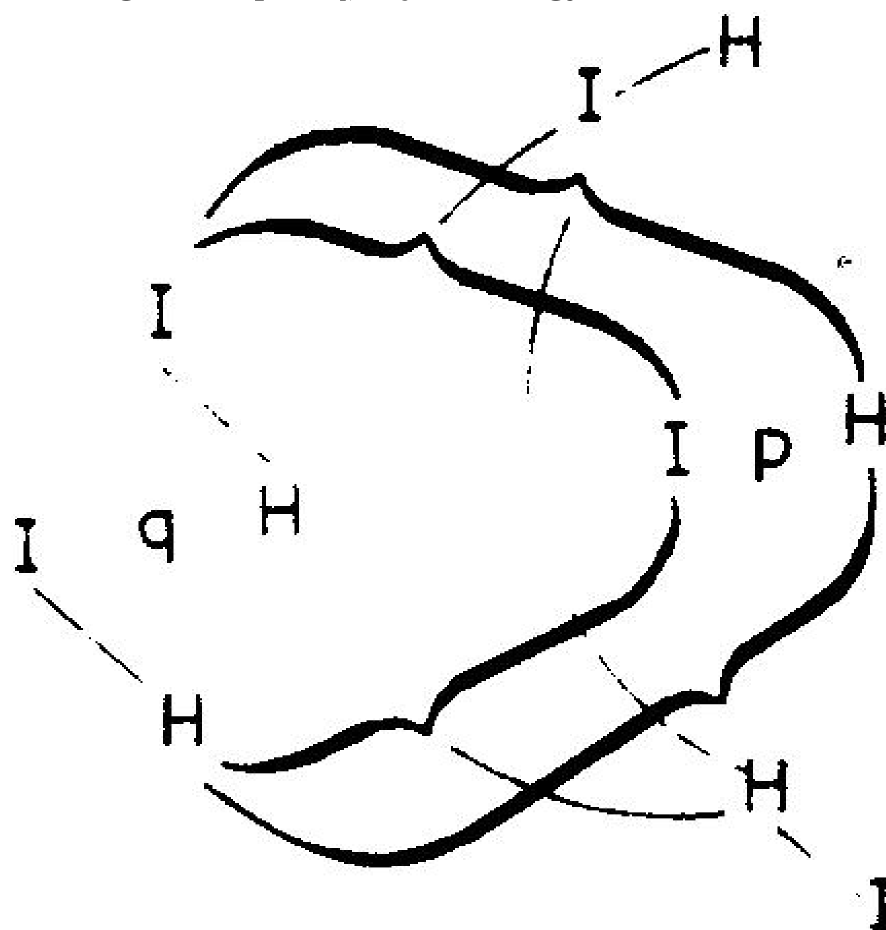
„I ξ H"

H

a „ξ . η” formát pedig így:



Ennélfogva a ~ (*p*. ~ *q*) kijelentés így fest:



Ha most „*q*" helyébe „*p*"-t teszünk, és megvizsgáljuk a legkülsőbb *I* és *H* kapcsolatát a legbelsőbbekkel, akkor kiderül, hogy az egész kijelentés igazsága argumentumai *összes* igazságkombinációihoz van hozzárendelve, hamissága pedig egyik igazságkombinációhoz sem.

6.121

A logika kijelentései a kijelentések logikai tulajdonságait demonstrálják azáltal, hogy olyan kijelentésekké kapcsolják össze őket, amelyek nem mondanak semmit.

E módszert nullmódszernek is lehetne nevezni. A logikai kijelentésben a kijelentések egyensúlyba kerülnek egymással, és ekkor az egyensúly állapota jelzi azt, hogyan kell e kijelentéseket logikailag megalkotni.

6.122

Ebből következik, hogy meglehetünk logikai kijelentések nélkül is, mivel – ha a jelölés megfelelő – a kijelentések formális tulajdonságait a kijelentések puszta szemügyre vétele által felismerhetjük.

6.1221

Ha például két kijelentés, „*p*” és „*q*”, a „*p* ⊃ *q*” kapcsolatban tautológiát eredményez, akkor világos, hogy *qp*-ből következik. Például azt, hogy „*q*” következik „*p* ⊃ *q*.*p*”-ből, magából a két kijelentésből látjuk, ezt azonban *úgy* is megmutathatjuk, hogy „*p* ⊃ *q*.*p*: ⊃ :*q*”-vá kapcsoljuk össze őket, és most megmutatjuk, hogy ez tautológia.

6.1222

Ez fényt vet arra a kérdésre, miért nem lehet a logikai kijelentéseket tapasztalatilag igazolni, éppúgy, ahogy tapasztalatilag cáfolni sem lehet őket. Nemcsak az szükséges, hogy a logika valamely kijelentését semmiféle lehetséges tapasztalat ne cáfolhassa meg, hanem az is, hogy ne is igazolhassa semmiféle lehetséges tapasztalat.

6.1223

Most már világossá válik, miért éreztük gyakran úgy, mintha a „logikai igazságokat” nekünk kellene „*posztulálnunk*”. Valójában olyan mértékben posztulálhatjuk őket, amennyire egy elégséges jelrendszert posztulálhatunk.

6.1224

Most az is világossá válik, miért nevezték a logikát a formáról és következtetésről szóló tanításnak.

6.123

Világos: maguk a logikai törvények nem tartozhatnak további logikai törvények alá.

(Nincs minden egyes „típusnak", amint ezt Russell) feltételezte, saját ellentmondástörvénye, hanem egyetlen törvény is elégséges, hiszen ezt saját magára nem alkalmazzuk.)

6.1231

Nem az általános érvényűség az ismérve a logikai kijelentéseknek. Hiszen általánosnak lenni csak annyit jelent: Véletlenszerűen valamennyi dologra érvényesnek lenni. Egy nem általánosított kijelentés éppúgy lehet tautologikus, mint egy általánosított.

6.1232

A logikai általános érvényűséget lényeginek lehetne nevezni, szemben a véletlenszerű általános érvényűséggel, amilyen például a „Minden ember halandó” kijelentésé. Az olyan tételek, mint pl. Russell ún. „redukálhatósági axiómája", nem logikai kijelentések, és ez magyarázza azon érzésünket, hogy ha igazak e tételek, akkor is csak kedvező véletlen következtében lehetnek azok.

6.1233

Elképzelhető egy olyan világ, amelyben a redukálhatósági axióma nem érvényes. Az azonban világos, hogy a logikának semmi köze sincs ahhoz a kérdéshez, hogy valóban ilyene a mi világunk, avagy sem.

6.124

A logikai kijelentések a világ állványzatát (*Gerüst*) írják le, vagy jobban mondva, azt jelenítik meg. Nem „szólnak” semmiről. Feltételezik, hogy a neveknek jelentésük, az elemi kijelentéseknek értelmük van: És ez a kapcsolatuk a világgal. Nyilvánvalóan mutatnia kell valamit a világról annak, hogy a szimbólumok bizonyos kapcsolatai – amelyek lényegien meghatározott jelleggel bírnak – tautológiák. Ez itt a döntő. Mi azt mondjuk, hogy az általunk használt szimbólumokban van olyasmi, ami önkényes, és van olyasmi, ami nem az. A logikában csak ez utóbbi fejez ki valamit. Ez azonban azt jelenti, hogy a logikában nem *mi* fejezzük ki jelek segítségével azt, amit akarunk, hanem a logikában a természetileg szükségszerű jelek természete maga nyilvánul meg:

Ha ismerjük egy adott jelnyelv logikai szintaxisát, akkor már a logika minden kijelentése adva van.

6.125

Lehetséges – még a logika régi felfogása szerint is – eleve megadni az összes „igaz” logikai kijelentés leírását.

6.1251

Ezért a logikában *sohasem* adódhatnak meglepetések.

6.126

Azt, hogy egy kijelentés a logikába tartozik-e, kiszámíthatjuk azáltal, hogy a *szimbólum* logikai tulajdonságait vesszük számba. És ezt tesszük mi akkor, amikor egy logikai kijelentést „bizonyítunk”. Ugyanis anélkül, hogy értelmével és jelentésével törődnénk, a logikai kijelentést egyedül a *szimbolikai szabályok* segítségével állítjuk elő más logikai kijelentésekből.

A logikai kijelentések bizonyítása abban áll, hogy előállítjuk őket más logikai kijelentésekből, meghatározott műveletek szukcesszív alkalmazásával, amely műveletek az elsőkből ismét tautológiákat hoznak létre. (És tautológiából csak tautológiák *következnek*.)

Természetesen a logika számára teljesen lényegtelen, milyen módszer segítségével mutatjuk meg kijelentéseinek tautológia voltát. Már azért is, mert azoknak a kijelentéseknek, amelyekből a bizonyítás kiindul, bizonyítás nélkül kell megmutatniuk tautológia voltukat.

6.1261

A logikában folyamat és eredmény egyenértékű. (Ezért nincs meglepetés.)

6.1262

A bizonyítás a logikában csak mechanikus segédeszköz, hogy a tautológiát a bonyolult esetekben könnyebben felismerjük.

6.1263

Hiszen túlontúl különös lenne, ha *logikailag* be lehetne bizonyítani egy értelemmel bíró kijelentést, s éppen így egy logikai kijelentést is egy másik kijelentésből. Eleve világos, hogy az értelemmel bíró kijelentés logikai bizonyításának és a logikán *belüli* bizonyításnak két teljesen különböző dolognak kell lennie.

6.1264

Az értelemmel bíró kijelentés valamit állít, bizonyítása pedig mutatja, hogy ez így van; a logikában minden egyes kijelentés egy bizonyítás formája. A logika minden kijelentése jelekben ábrázolt modus ponens. (És a modus ponens nem fejezhető ki kijelentés segítségével.)

6.1265

A logikát mindig felfoghatjuk olyképp, hogy minden kijelentés a saját bizonyítása legyen.

6.127

A logika kijelentései egyenjogúak; nincsenek köztük lényegi alapelvek és bevezetett tételek.

Minden tautológia maga mutatja azt, hogy tautológia.

6.1271

Világos, hogy a „logikai alaptörvények” száma önkényes, mert a logikát egy alaptörvényből is le lehetne vezetni, például egyszerűen úgy, hogy Frege alaptételeinek logikai szorzatát képezzük. (Frege talán azt mondaná, hogy ez az alapelv már nem lenne közvetlenül nyilvánvaló. Különös azonban, hogy olyan szabatos gondolkodó, mint Frege, a logikai kijelentés kritériumaként a nyilvánvalóság fokára hivatkozott.)

6.13

A logika nem tan, hanem a világ tükörképe. A logika transzcendentális.

6.2

A matematika egy logikai módszer. A matematika kijelentései egyenletek, tehát látszatkijelentések.

6.21

A matematikai kijelentés nem fejez ki gondolatot.

6.211

Hiszen az életben sohasem maga a matematikai kijelentés az, amire szükségünk van, hanem a matematikai kijelentést *csak* arra használjuk, hogy olyan kijelentésekből, amelyek nem tartoznak a matematikához, következtessünk másokra, amelyek szintúgy nem tartoznak a matematikába.

(Az a kérdés: „Miért használjuk voltaképpen az adott szót, az adott kijelentést?", a filozófiában mindig értékes belátásokhoz vezet.)

6.22

A világ logikáját. amelyet a logika kijelentései a tautológiákban mutatnak meg, a matematika az egyenletekben mutatja meg.

6.23

Ha két kifejezést egyenlőségjel kapcsol össze, akkor ez annyit jelent, hogy egymással helyettesíthetők. Annak azonban, hogy valóban fennáll-e ez az

eset, magán a két kifejezésen kell megmutatkoznia. Két kifejezés logikai formáját jellemzi, hogy egymással helyettesíthetők.

6.231

Az állítás egyik tulajdonsága, hogy felfogható kettős tagadás gyanánt.

Az „1 + 1 + 1 + 1” egyik tulajdonsága, hogy felfogható „(1 + 1) + (1 + 1)” gyanánt.

6.232

Frege azt mondja, hogy e két kifejezésnek ugyanaz a jelentése (*Bedeutung*), de különböző az értelme (*Sinn*). Az egyenletben azonban az a lényeges, hogy nincs szükség rá annak kimutatásához, hogy az egyenlőségjel által összekapcsolt két kifejezés jelentése azonos, mert ez már a két kifejezésből magából meglátható.

6.2321

És az, hogy a matematika kijelentéseit bizonyítani lehet, nem jelent semmi mást, csak ezt: helyességük belátható anélkül, hogy azt, amit kifejeznek, helyességüket illetően össze kellene hasonlítani a tényekkel.

6.2322

Két kifejezés jelentésének azonosságát nem lehet *állítani*. Mert ahhoz, hogy jelentésükről állíthassak valamit, ismernem kell jelentésüket; és ha ismerem jelentésüket, akkor tudom, hogy ugyanazt avagy különbözőt jelentenek-e.

6.2323

Az egyenlet csak azt a szempontot jellemzi, amelyből a két kifejezést szemlélem, nevezetesen jelentésazonosságuk szempontját.

6.233

Arra a kérdésre: szükségese szemlélet a matematikai problémák megoldásához, úgy kell megfelelni, hogy maga a nyelv szolgáltatja itt a szükséges szemléletet.

6.2331

A *számolás* folyamata éppen ezt a szemléletet közvetíti. A számolás nem kísérlet.

6.234

A matematika a logika egyik módszere.

6.2341

A matematikai módszer lényege az, hogy egyenletekkel dolgozunk. Mégpedig ezen a módszeren alapul, hogy a matematika minden kijelentésének magától értetődőnek kell lennie.

6.24

A helyettesítés módszere az, melynek segítségével a matematika eljut egyenleteihez. Mert az egyenletek két kifejezés helyettesíthetőségét fejezik ki, és úgy haladunk bizonyos számú egyenlettől új egyenletek felé, hogy egyes kifejezéseket – az egyenleteknek megfelelően – más kifejezésekkel helyettesítünk.

6.241

A 2 × 2 = 4 tétel bizonyítása így szól:

$(\Omega\ \nu\ )\mu\ '\ x = \Omega\ \nu\ x\ \mu\ '\ x$ Def.

$\Omega\ 2\times2'\ x = (\Omega\ 2)2'\ x = (\Omega\ 2)1+1'\ x = \Omega\ 2'\ \Omega\ 2'\ x =$

$= \Omega\ 1+1'\ \Omega\ 1+1'\ x = (\Omega\ '\ \Omega\ )\ '\ (\Omega\ '\ \Omega\ )'\ x =$

$= \Omega\ '\ \Omega\ '\ \Omega\ '\ \Omega\ '$

$x = \Omega\ 1+1+1+1'\ x = \Omega\ 4'\ x.$

6.3

A logika vizsgálata *minden törvényszerűség* vizsgálatára kiterjed.

És a logikán kívül minden véletlen.

6.31

Az ún. indukció törvénye semmiképpen sem lehet logikai törvény, mert nyilvánvalóan értelemmel bíró kijelentés. – És ezért nem lehet a priori törvény sem.

6.32

Az okság törvénye nem törvény, hanem egy törvény formája.[8]

6.321

„Az okság törvénye” – ez a törvények egy nemének a neve. És ahogy a mechanikában vannak, mondjuk, minimumtörvények – mint a legkisebb hatás törvénye –, úgy a fizikában vannak oksági törvények, oksági formával bíró törvények.

6.3211

Hiszen az ember már korábban is csak sejtette, hogy léteznie kell *valamilyen* „legkisebb hatás törvényének", semmint pontosan tudta volna,

hogyan hangzik ez. (Itt is, mint mindig, az a priori bizonyos tisztán logikai valaminek bizonyul.)

6.33

Mi nem *hiszünk* a priori egy megmaradástörvényben, hanem a priori *tudjuk* egy logikai forma lehetőségét.

6.34

Minden olyan tétel, mint az elégséges alap, a természetbeni folytonosság, a természetbeni ökonómia tétele stb. stb. – mindezek a priori betekintések a tudomány kijelentéseinek lehetséges formaadásába.

6.341

A newtoni mechanika például egységes formára hozza a világ leírását. Képzeljünk el egy fehér felületet, amelyen szabálytalan fekete foltok vannak. Most azt mondjuk: Bármilyen kép adódjon is ezáltal, mindig tetszőlegesen megközelíthetem leírását úgy, hogy a foltokra megfelelő finomságú négyzethálót fektetek, és ezután minden egyes négyzetről megmondom, fehére vagy fekete. Ily módon a felszín leírását egységes formára hoztam. E forma tetszőleges, mert ugyanilyen sikerrel alkalmazhattam volna olyan hálót, amelynek szemei háromszögek vagy hatszögek lennének. Lehetséges, hogy a háromszögű háló segítségével a leírás egyszerűbb lenne, azaz egy durvább, háromszögletű háló segítségével pontosabban írhatnók le a felületet, mint egy finomabb, négyzet alakú háló segítségével (vagy fordítva) stb. A különböző hálóknak a világleírás különböző módszerei felelnek meg. A mechanika meghatározza a világ leírásának formáját azáltal, hogy azt mondja: A világleírás valamennyi tételét adott módon bizonyos számú adott tételből – a mechanika axiómáiból – kell levezetni. Ezáltal szolgáltat építőköveket a tudomány épületének felépítéséhez, és azt mondja: Bármilyen épületet akarsz emelni, ezekből és csak ezekből az építőkövekből állíthatod azt össze. (Ahogy bármely tetszőleges szám leírható a számrendszer segítségével, úgy a mechanika rendszerével a fizika tetszőleges tételének leírhatónak kell lennie.)

6.342

És most látjuk logika és mechanika kölcsönös helyzetét. (Csinálhatnánk olyan hálót is, amely különböző alakzatokból, például háromszögekből és hatszögekből állna.) Az a tény, hogy egy, az előbb említetthez hasonló kép egy bizonyos, adott formájú háló segítségével leírható, nem mond semmit

sem a képről. (Mert ez valamennyi hasonló jellegű képre érvényes.) Az azonban jellemzi a képet, hogy egy *meghatározott* finomságú meghatározott háló segítségével *teljesen* leírható.

Így nem mond semmit a világról az sem, hogy a newtoni mechanika segítségével leírható, míg az már igen, hogy úgy írható le általa, mint ahogy ennek esete valójában fennáll. Ugyancsak mond valamit a világról az, hogy az egyik mechanika által egyszerűbben írható le, mint a másik által.

6.343

A mechanika kísérlet arra, hogy mindazokat az *igaz* kijelentéseket, amelyekre a világ leírásához szükségünk van, egy meghatározott terv szerint állítsuk elő.

6.3431

Az egész logikai apparátuson keresztül a fizikai törvények mégis a világ tárgyairól szólnak.

6.3432

Nem szabad megfeledkeznünk arról, hogy a mechanika által történő világleírás mindig teljesen általános. Így például a mechanikában nem *meghatározott*, hanem mindig csak *tetszőleges* anyagi pontokról van szó.

6.35

Habár a mi képünkön a foltok geometriai alakzatok, mégis nyilvánvaló, hogy a geometria semmit sem mond tényleges formájukról és helyzetükről. A háló azonban *teljesen* geometriai, minden tulajdonsága a priori megadható. Az olyan törvények, mint az elégséges alap elve stb., a hálóról szólnak, és nem arról, amit a háló leír.

6.36

Ha lenne egy oksági törvény, így hangzana: „Vannak természettörvények.”

Ezt azonban, természetesen, nem mondhatjuk: ez megmutatkozik.

6.361

Hertz terminológiájával élve, azt mondhatnánk: Csak a *törvényszerű* összefüggések *elgondolhatók*.

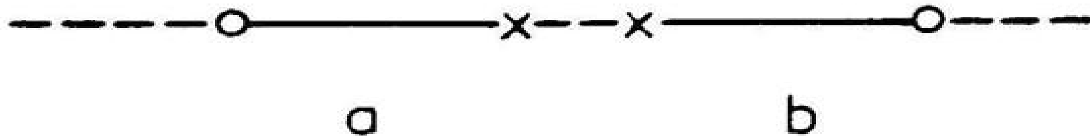
6.3611

Egyetlen folyamatot sem hasonlíthatunk össze az idő folyásával – ilyesmi nem létezik –, hanem csakis egy másik folyamattal (mondjuk a kronométer járásával).

Éppen ezért az időbeli lefolyás leírása csak úgy lehetséges, hogy egy másik folyamatra támaszkodunk. Egészen hasonlóan áll a dolog a térrel. Ahol például az ember azt mondja, hogy két jelenség közül (amelyek kölcsönösen kizárják egymást) egyik sem fordulhat elő, mert *nincs ok* arra, miért kellene inkább előfordulnia az egyiknek, mint a másiknak, ott a valóságban arról van szó, hogy ha nincs semmiféle aszimmetria, akkor egyáltalán nem tudjuk két esemény közül az egyiket leírni. És ha van valamilyen aszimmetria, akkor ezt felfoghatjuk az egyik előfordulása, illetve a másik elő nem fordulása okaként.

6.36111

A jobb és bal kéz kanti problémája, hogy tudniillik e kettőt nem lehet fedésbe hozni egymással, már a síkban, sőt az egydimenziójú térben is fennáll, ahol az *a* és *b* egybevágó alakzatokat szintén nem lehet fedésbe hozni egymással anélkül, hogy e térből ki ne mozdítanánk őket. Ténylegesen a jobb és bal kéz teljesen egybevágó. És annak, hogy nem lehet őket fedésbe hozni, semmi köze sincs ehhez.



A jobbkezes kesztyűt fel lehetne húzni a bal kézre, ha a négydimenziójú térben ki lehetne fordítani.

6.362

Amit le lehet írni, az meg is történhet, és amit az okság törvényének ki kell zárnia, azt leírni sem lehet.

6.363

Az indukció folyamata abban áll, hogy feltételezzük a *legegyszerűbb* törvényt, amely tapasztalatunkkal összhangba hozható.

6.3631

E folyamatnak azonban nem logikai, hanem csakis pszichológiai alapja van.

Világos, hogy semmi alapja sincs azt hinni: a valóságban is a legegyszerűbb eset fog előfordulni.

6.36311

Az, hogy a Nap holnap felkel – hipotézis. És ez azt jelenti: nem *tudjuk*, fel fog-e kelni.

6.37

Nem kényszeríti semmi, hogy az egyik dolognak meg kell történnie, mert egy másik már megtörtént. Csak *logikai* szükségszerűség létezik.

6.371

Az egész modern világszemlélet alapja az az illúzió, hogy az úgynevezett természettörvények a természeti jelenségek magyarázatai.

6.372

Úgy állnak meg a természettörvényeknél, mint valami érinthetetlennél, mint ahogy a régiek álltak meg az Istennél és a Sorsnál.

És mind a moderneknek, mind a régieknek igazuk is van, meg nem is. A régiek annyiban mégis világosabban láttak, hogy elismertek egy világos határt, míg az új rendszerek esetében szükségszerűen látszik úgy, mintha *minden* meg lenne magyarázva.

6.373

A világ független az akaratomtól.

6.374

Még ha megtörténnék is minden, amit kívánunk, ez akkor is úgyszólván csak a sors kegye lenne, mert nincs semmiféle *logikai* összefüggés akarat és világ között, ami ezt biztosítaná, és a feltételezett fizikai összefüggés maga viszont nem lehetett akaratunk tárgya.

6.375

Mint ahogy csak *logikai* szükségszerűség, úgy csak logikai lehetetlenség létezik.

6.3751

Például lehetetlen, hogy két szín egyszerre egy és ugyanazon helyen legyen a látótérben, mégpedig logikailag lehetetlen, mert ezt a szín logikai struktúrája zárja ki.

Gondoljunk arra, hogyan jelenik meg ez az ellentmondás a fizikában: körülbelül úgy, hogy egy részecske egy és ugyanazon időben nem bírhat két sebességgel; azaz egy és ugyanazon időben nem lehet két helyen; azaz az egy időben különböző helyeken tartózkodó részecskék nem lehetnek azonosak.

(Világos, hogy két elemi kijelentés logikai szorzata nem lehet sem tautológia, sem ellentmondás. Az az állítás viszont, hogy a látótér egy pontja egyazon időben két különböző színnel bír, ellentmondás.)

6.4

Minden kijelentés egyenértékű.

6.41

A világ értelmének a világon kívül kell lennie. A világban minden úgy van, ahogy van, és minden úgy történik, ahogy történik; benne nincs semmiféle érték, és ha lenne is, nem lenne semmi értéke.

Ha van érték, melynek értéke van, akkor ennek minden történésen és így-létén kívül kell lennie. Mert minden történés és így-lét véletlenszerű.

Ami nem véletlenszerűvé teszi, az nem lehet a világ*ban*, mert másképpen ismét véletlenszerű lenne.

A világon kívül kell lennie.

6.42

Ezért nem létezhetnek etikai kijelentések. Kijelentések nem fejezhetnek ki semmi Magasabbat.

6.421

Világos, hogy az etikát nem lehet kimondani. Az etika transzcendentális.

(Az etika és az esztétika egy.)

6.422

Egy „Tedd...” formájú etikai törvény felállítását kísérő első gondolat a következő: És mi van akkor, ha nem teszem meg? Világos azonban, hogy az etikának semmi köze a köznapi értelemben vett büntetéshez és jutalomhoz. Tehát a cselekvés *következményeire* vonatkozó fentebbi kérdésnek érdektelennek kell lennie. – Mindenesetre ezek a következmények nem lehetnek események. Mert valaminek mégis helyesnek kell lennie ebben a kérdésfeltevésben. Kell ugyan léteznie valamiféle etikai jutalomnak és etikai büntetésnek, de ennek magában a cselekedetben kell rejlenie.

(És az is világos, hogy a jutalomnak valami kellemesnek, a büntetésnek valami kellemetlennek kell lennie.)

6.423

Nem beszélhetünk az akaratról mint az etikum hordozójáról. És az akarat mint jelenség csak a pszichológiát érdekli.

6.43

Ha a jó vagy rosszakarat megváltoztatja a világot, akkor csak a világ határait változtathatja meg, nem a tényeket; nem azt, amit a nyelv által ki lehet fejezni. Röviden, akkor ezáltal a világnak általában egészen mássá kell válnia. Mint egésznek kell, úgyszólván, csökkennie vagy növekednie.

A boldogság világa más, mint a boldogtalanságé.

6.431

Mint ahogy a halál bekövetkeztével sem változik meg a világ, hanem véget ér.

6.4311

A halál nem eseménye az életnek. A halált az ember nem éli át. Ha az örökkévalóságon nem végtelen időtartamot, hanem időtlenséget értünk, úgy örökké él az, aki a jelenben él.

Életünk éppúgy vég nélküli, ahogy látóterünk határ nélküli.

6.4312

Az emberi lélek időbeli halhatatlansága, ami tehát egyet jelent a halál után is tartó, örök továbbéléssel, nemcsak hogy semmiképpen sincs biztosítva, hanem ami a legfőbb, e feltevés egyáltalán nem nyújtja azt, amit általa mindig elérni kívántak. Megoldódik-e bármiféle rejtély azáltal, hogy örökké életben maradok?

Végül is nem éppen annyira rejtélyese ez az örök élet, mint a jelenlegi? A térben és időben való élet rejtélyének megoldása téren és időn *kívül* fekszik.

(Nem természettudományos problémákat kell itt megoldani.)

6.432

Milyen a világ – ez a felette álló számára teljesen közömbös. Isten nem nyilatkozik meg a világ*ban*.

6.4321

A tények mind csak a feladathoz tartoznak és nem a megoldáshoz.

6.44

Nem az a misztikum, hogy *milyen* a világ, hanem az, hogy *van*.

6.45

A világnak sub specie aeterni szemlélete nem más, mint – körülhatárolt – egészként való szemlélete.

A világnak körülhatárolt egészként való átérzése a misztikus érzés.

6.5

Egy olyan felelethez, amelyet nem lehet kimondani, nem lehet kimondani a kérdést sem.

A *rejtély* nem létezik.

Ha egy kérdést egyáltalán fel lehet tenni, akkor meg is *lehet* válaszolni azt.

6.51

A szkepticizmus *nem* megcáfolhatatlan, hanem nyilvánvalóan értelmetlen, mert kétkedni akar ott, ahol nem kétkedhetünk.

Mert kétely csak ott merülhet fel, ahol van valami féle kérdés; kérdés pedig csak ott, ahol van felelet, és ez utóbbi csak ott, ahol valamit *mondani lehet*.

6.52

Érezzük, hogy még ha feleletet is adtunk valamennyi *lehetséges* tudományos kérdésre, életproblémáinkat ezzel még egyáltalán nem érintettük. Akkor persze nem marad egyetlen további kérdés sem, és éppen ez a válasz.

6.521

Az élet problémájának megoldását e probléma eltűnése jelenti.

(Vajon nem ez az oka annak, hogy azok az emberek, akik előtt hosszas kételyek után az élet értelme világossá vált, nem tudják aztán elmondani azt, miben is áll ez az értelem?)

6.522

Kétségtelenül létezik a kimondhatatlan. Ez megmutatkozik, ez a misztikum.

6.53

A filozófia helyes módszere a következő lenne: Semmit sem mondani, csak amit mondani lehet, te hát a természettudomány tételeit – tehát valami olyat, aminek semmi köze a filozófiához, és valahányszor másvalaki valami metafizikait akarna mondani, bebizonyítani neki, hogy a kijelentéseiben szereplő jelek némelyikéhez nem fűzött jelentést. E másvalaki számára e módszer nem lenne kielégítő – nem érezné, hogy filozófiát tanítunk neki –, de csakis ez lenne az egyedüli szigorúan helyes módszer.

6.54

Az én kijelentéseim oly módon nyújtanak magyarázatot, hogy aki megért engem, végül felismeri azt, hogy értelmetlenek, ha már fellépvén rájuk túllépett rajtuk. (Úgyszólván el kell hajítania a létrát, miután felmászott rajta.)

Meg kell haladnia ezeket a tételeket, akkor látja helyesen a világot.

7

Amiről nem lehet beszélni, arról hallgatni kell.

***

A fordító utószava[9]

Ez a fordítás Wittgenstein *Tractatus logicophilosophicus*ának 1956os, kétnyelvű londoni kiadása alapján (Ludwig Wittgenstein, *Tractatus logicophilosophicus.* With an introduction by Bertrand Russell. Routledge and Kegan Paul, London, 1956. 6th impression) készült, a német eredeti szövegéből. Wittgenstein sajátos terminológiájának magyarra való átültetése egyes esetekben önálló magyar műszavak megalkotására kényszerítette a fordítót, mivel nemcsak Wittgenstein munkássága, de azok a filozófiai tradíciók is, amelyekből ez kinőtt, nálunk tartalmilag is, terminológiailag is igen kevéssé ismertek. Az eredeti mű német műszavai iránt érdeklődő olvasók tájékoztatására szolgál a lentebb közölt magyar-német szójegyzék.

Két megjegyzést látok még szükségesnek hozzáfűzni *az Értekezés* magyar fordításához. Az egyik a matematikai logika műszavainak átültetésére vonatkozik. A jelen fordításban alkalmazott terminus technicusok egyes esetekben eltérnek az utóbbi időkben nálunk matematikai logikai munkákban általánosan elterjedt kifejezésektől. Bármennyire sajnálatos is ez a tényállás, két ok miatt elkerülhetetlennek bizonyult. Egyrészt az *Értekezés* a matematikai logika fejlődésének egy viszonylag korai fejlődéskorszakában született, s terminológiájának egyes sajátosságaiban az egyes fogalmak kezdeti tisztázatlansága, pontatlansága is kifejezésre jut. A mai egzakt fogalom és szóhasználat átvitele ez esetben a logikatörténet ma már klasszikus dokumentumának számító mű megengedhetetlen „javítását”

jelentené. Másrészt egyes magyar logikai terminusok használata összeegyeztethetetlen lenne Wittgenstein filozófiai álláspontjával, amely logikai nézeteivel szorosan összefonódik. Az utóbbi időben nálunk szokásos „ítéletfüggvény", „ítéletkalkulus” stb. műszavak használatát (a fordításban szereplő „kijelentésfüggvény” stb. helyett) például lehetetlenné tette az, hogy Wittgenstein a tradicionális formális logika ítéletfogalmát mint pszichológiai és logikai momentumok összekeverésén alapuló téves fogalmat határozottan elvetette.

Bizonyos mértékig magyarázatot igényel *az Értekezés* angol fordításának használata. Az 1922-es angol fordítást C. K. Ogden készítette, Wittgenstein egyik legközelebbi tanítványának, F. P. Ramseynek segítségével, és ezt maga a szerző is átnézte. De feltehetőleg Wittgenstein, akit ez időben a filozófia egyáltalán nem foglalkoztatott, nem fordított nagy figyelmet műve angol kiadására. Az utóbbi időben a fordítást igen élesen – és számos esetben joggal – bírálták, sok benne található félreértésre és tévedésre mutatva rá. Ennek ellenére a magyar fordítás terminológiájának kialakításában az angol fordítás egyes megoldásait is figyelembe vettem, s ahol a német és angol szöveg között lényeges, nem egyszerű félreértésre mutató eltérés mutatkozott, azt lapalji jegyzetben megadtam, mivel ezek a változtatások feltehetőleg a szerző beleegyezésével történtek.

E helyet szeretném felhasználni arra, hogy köszönetemet fejezzem ki mindazoknak, akik e kötet előkészítésében segítségemre voltak, elsősorban lektoraimnak, dr. Szalai Sándornak és dr. Szigeti Józsefnek, akiknek kritikai megjegyzései a fordítás elkészítésében jelentős segítséget nyújtottak számomra.

Budapest, 1963. március 12-én

Márkus György

***

A filozófiai szakszavak magyar-német jegyzéke

az alapfogalom – der Grundbegriff

az alapjel – das Urzeichen

az alaptétel – das Grundgesetz
az alogikus – das Unlogisches
az azonosság – die Gleichheit
az ábrázolási forma – die Form der Darstellung
az ábrázolási viszony – darstellende Relation
ábrázolni – darstellen
az állítás – die Bejahung
az általánosérvényűség – die Allgemeingültigkeit
az általánosság – die Allgemeinheit
az általánosság jelölése – die Allgemeinheitsbezeichnung
belső tulajdonság – interne Eigenschaft
a dolog – das Ding
együttes tagadás – die Negation
elemi kijelentés – der Elementarsatz
az eset – der Fall
az értelem – der Sinn
értelemmel bíró kijelentés – sinnvoller Satz
értelemnélküli – sinnlos
értelmetlen – unsinnig
a feltevés – die Annahme
a fennállás – das Bestehen
a formasor – die Formenreihe
formális fogalom – formaler Begriff
formális tulqjdonság – formale Eigenschaft
a gondolat – der Gedanke
a helyettesítés módszere – die Substitutionsmethode
a hozzárendelés – die Zuordnung
az igazságalap – der Wahrheitsgrund
az igazságargumentum – das Wahrheitsargument
az igazságfeltétel – die Wahrheitsbedingung
az igazságfüggvény – die Wahrheitsfunktion
az igazságlehetőség – die Wahrheitsmöglichkeit

az igazságművelet – die Wahrheitsoperation
az így!ét – das SoSein
a jel – das Zeichen
a jelentés – die Bedeutung
a jelölés – die Notation
a jelölésmód – die Bezeichnungsweise
jelölni – bezeichnen
a képbeliség – die Bildhaftigkeit
képviselni – vertreten
a kifejezés – der Ausdruck
a kijelentés – der Satz
a kijelentésjel – das Satzzeichen
a kijelentésforma – die Satzform
a kijelentésváltozó – die Satzvariable
a kijelentéskapcsolat – der Satzverband
a kitevő – der Exponent
a komplexus – der Komplex
a körülmény – der Sachverhalt
következni – folgen
következtetni – schließen
külső viszony – externe Relation
a látszatfogalom – der Scheinbegriff
a látszatkijelentés – der Scheinsatz
a leírás – die Beschreibung
a leképezés – die Abbildung
leképezési forma – die Form der Abbildung
leképezési viszony – abbildende Beziehung
logikai állványzat – logisches Gerüst
logikai forma – logische Form
logikai hely – logischer Ort
logikai koordináta – logische Koordinate
logikai szimbolika Die Begriffsschrift

logikai tér – logischer Raum
a magyarázat – die Erläuterung
a megállapítás – die Festsetzung
a meghatározás – die Definition
megnyilvánítani – aufweisen
a mozgástér – der Spielraum
mutatni – zeigen
megmutatkozni – sich zeigen
a művelet – die Operation
a nyilvánvalóság – das Einleuchten
az objektum (néha *a dolog*) – die Sache
a prototípus – das Urbild
a segédeszköz – der Behelf
a sokaság – die Mannigfaltigkeit
a sor – die Reihe
a szemlélet – die Anschauung
a szimbólum – das Symbol
a szimbolika – die Zeichensprache
szimbolikai szabály – die Zeichenregel
a tag – das Glied
a tagadás – die Verneinung
a tárgy – der Gegenstand
a tény – die Tatsache
a tényállás – die Sachlage
az utód – der Nachfolger
a valószínűség mértéke – das Maß der Wahrscheinlichkeit
a változó – die Variable
a változókijelentés – variabler Satz
változónév – variabler Name
véletlenszerű általánosság – zufällige Allgemeinheit
a vetítés – die Projektion
a vetítési módszer – die Projektionsmethode

a vonás – der Zug

***

Jegyzetek:

1 A tizedes számok. amelyek az egyes tételek rendszámaiként szerepelnek, a tételek logikai súlyát, a kifejtésemben rájuk helyezett nyomatékot jelzik. Az *n.1*, *n.2*, *n.3*, stb. számozású tételek az *n*. számú tételhez tett megjegyzések; az *n.m1*, *n.m2*, stb. számozású tételek megjegyzések az *n.m.* számú tételhez és így tovább.

2Az authorizált angol fordítás ehelyett a következő szöveget közli: A kijelentés oly mértékben határozza meg a valóságot, hogy elégséges „igen"t vagy „nem"et mondani, hogy a valósággal megfelelésbe hozzuk. – A ford.

3Az angol fordításban e mondat a következő, helyesbített alakban szerepel: A kijelentés egy tény leírása. – A ford.

4Az angol fordításban e mondat a következőképp szerepel: A kijelentés logikai állványzat segítségével hoz létre egy világot, s így ténylegesen láthatók benne mindazok a logikai vonások, amelyekkel e világ rendelkezik, ha igaz a kijelentés. – A ford.

5Ambulo (lat.) – járok. – A ford.

6Az egyszerűség az igazság jele. – A ford.

7Az angol fordítás a következő: Hogyan dönthetném el a priori azt, hogy juthatok-e például abba a helyzetbe. hogy egy 27 jegyű viszony jelével kelljen jelölnöm valamit. – A ford.

8Azaz: nem egy partikuláris törvény formája, hanem egy bizonyos törvényfajta bármely törvényéé. (B. Russell megjegyzése az angol fordítás szövegéhez.)

9Márkus György tudtával és beleegyezésével a Sachverhalt és Sachlage kifejezéseket más magyar szóval adtuk vissza: az előbbit „körülmény"nek, az utóbbit „tényállás"nak fordítva (az eredeti megoldás: „elemi tény", illetve „helyzet", néha „a dolgok állása” volt). Apróbb stilisztikaiorthográfiai javításokat leszámítva másutt nem változtattunk a szövegen. – A szerk.